Math. A.
281 r 4°

Schwerd

<36628363200014 S

<36628363200014

Bayer. Staatsbibliothek

DIE

BEUGUNGSERSCHEINUNGEN

VON

SCHWERD.

Math. A. 4° 287 r

R

879

PARIS, bei TREUTTEL et WUERTZ und bei LEVRAULT.
LONDON, bei BLACK, YOUNG et YOUNG und bei TREUTTEL et WUERTZ.
PETERSBURG, bei ASHER, BRIEFF, GRAEFF und WEYHER.
WARSCHAU, bei GLUECKSBERG, SENNEWALD und ZAWADSKY.
COPENHAGEN, bei BRUMMER, GYLDENDAL und REITZEL.
STOCKHOLM, bei NORMANN et ENGSTROEM und bei OSTERBLAD.
AMSTERDAM, bei MUELLER et COMP. und bei SUELPKE.
PEST, bei EGGENBERGER, HARTLEBEN und KILIAN.
MAILAND, bei RICCORDI und SILVESTRI.

BIBLIOTHECA
REGIA
MONACENSIS

DIE

BEUGUNGSERSCHEINUNGEN

AUS DEN

FUNDAMENTALGESETZEN der UNDULATIONSTHEORIE

ANALYTISCH ENTWICKELT

UND

IN BILDERN DARGESTELLT

von

F. M. SCHWERD.

Mit 18 zum Theil illuminirten Tafeln.

R

MANNHEIM, 1835.
In der SCHWAN und GOETZ'schen Hofbuchhandlung.

Dans le choix d'un système, on ne doit avoir égard qu'à la simplicité des hypothèses; celle des calculs ne peut être d'aucun poids dans la balance des probabilités. La nature ne s'est pas embarrassée des difficultés d'analyse; elle n'a évité que la complication des moyens. Elle parait s'être proposé de faire beaucoup avec peu.

Fresnel.

BIBLIOTHECA
REGIA
MONACENSIS.

DEM

K. BAYER. GENERAL-COMMISSÄR und REGIERUNGS-PRÄSIDENTEN

Herrn

KARL FREIHERRN v. STENGEL,

Ritter des Civilverdienstordens der k. bayer. Krone und des k. k. österreichischen Leopoldordens,

ALS EIN ZEICHEN

DER AUFRICHTIGSTEN VEREHRUNG

gewidmet

von

dem Verfasser.

Vorrede.

Ich übergebe hier den Freunden der Naturkunde die Resultate der optischen Untersuchungen, welche mich seit einiger Zeit in meinen freien Stunden beschäftigt haben. Diese Resultate enthalten die Erklärung aller durch Fernröhre und mit unbewaffnetem Auge sichtbaren Beugungsphänomene.

Die Beugungsphänomene gehören zu den schönsten und zugleich zu den sonderbarsten Erscheinungen in der ganzen Natur; sie zeigen sich überall, wo Lichtstrahlen an den Rändern undurchsichtiger Körper vorbei gehen, treten aber am kräftigsten hervor, wenn Strahlenbündel, welche von stark glänzenden Lichtpunkten ausgesendet werden, durch enge Oeffnungen dringen, und nach ihrem Durchgange entweder unmittelbar in unser Auge, oder in einer beliebigen Entfernung hinter der beugenden Oeffnung auf eine weisse Fläche fallen.

Die Erscheinung auf der Netzhaut unseres Auges ist für eine jede Entfernung des Auges von der beugenden Oeffnung dieselbe; die Erscheinung auf der beweglichen Fläche hingegen ändert sich mit der Entfernung dieser Fläche von der beugenden Oeffnung, und nähert sich in ihrer Gestalt der Erscheinung im Auge desto mehr, je weiter man diese Fläche von jener Oeffnung entfernt. *) Die constante subjective Erscheinung im Auge kann daher als die Grundgestalt aller veränderlichen objectiven auf der beweglichen Fläche sich darstellenden Erscheinungen angesehen werden, und es muss demnach des Physikers erstes Bestreben seyn,

*) Die einer unendlichen Entfernung entsprechende Erscheinung kann verwirklicht werden, wenn man eine convexe Linse unmittelbar hinter die beugende Oeffnung hält, und die gebrochenen Strahlen in der Brennweite des Glases mit einer Papierfläche auffängt. Die Erscheinung ist alsdann identisch mit derjenigen, welche man durch ein Fernrohr beobachtet.

vor Allem diese constanten Grundgestalten oder die subjectiven Beugungserscheinungen aller verschiedenen Oeffnungen kennen zu lernen.

Unendlich ist die Zahl und die Mannichfaltigkeit dieser Gestalten, denn unendlich verschieden sind die Formen und Combinationen von Oeffnungen, durch welche dieselben hervorgebracht werden. Alle, auch die einfachsten derselben, sind merkwürdig. Betrachtet man z. B. durch eine kleine parallelogrammartige Oeffnung das glänzende Sonnenbildchen auf einem gut polirten Metallknopfe, so erblickt man die auf *Taf. III* in *Fig.* 37 abgebildete schöne Erscheinung; anstatt des Sonnenbildchens steht ein aus viereckigen Spektern zusammengesetztes schiefes Kreuz vor unserm Auge. Ganz dieselbe Erscheinung erblickt man, wenn man ein Fernrohr auf einen etwas entfernten recht glänzenden Lichtpunkt richtet, und vor das Objectiv desselben eine Blendung mit einer ähnlichen aber etwas grösseren Oeffnung befestigt. — Ist diese Oeffnung kreisrund, so wird der glänzende Lichtpunkt zu einem Lichtscheibchen, welches mehrere Lichtringe umgeben. (Man sehe *Fig.* 36. *Taf. II*). — Durch eine dreieckige Oeffnung wird der beobachtete Lichtpunkt in einen sechseckigen Stern verwandelt, in dessen Winkeln viele kleine Lichtbildchen flimmern. (Man sehe *Fig.* 43. *Taf. IV*). — Hat die Oeffnung die Form eines regelmässigen Sechsecks, so erscheint ein rundes Lichtscheibchen mit mehreren sechseckigen Ringen umgeben (*Taf. VII*, *Fig.* 72). — Enthält der Schirm zwei oder mehrere Oeffnungen von gleicher Form und Grösse, so erscheinen die vorigen Gestalten vielfach durchschnitten und in noch kleinere Lichtbilder abgetheilt, wie man aus den mancherlei Erscheinungen sieht, die ich auf den *Tafeln III*, *V*, *VI*, *X*, *XIV* und *XV* construirt habe. — Am sonderbarsten aber werden die Gestalten, wenn die beugenden Oeffnungen entweder nicht auf gleiche Weise geordnet sind, oder wenn nicht alle dieselbe Grösse und Form haben; man betrachte nur die *Figuren* 109 auf *Taf. XI*, 120 auf *Taf. XII* und 140 u. 141 auf *Taf. XV*.

Mehrere der prachtvollsten unter diesen Erscheinungen wurden zuerst von *Fraunhofer* beobachtet, *) andere von *J. F. W. Herschel* **) und noch andere

*) Neue Modification des Lichts durch gegenseitige Einwirkung und Beugung der Strahlen, und Gesetze derselben, von Jos. Fraunhofer.

**) Poggendorff's Annalen, Band XXIII. pag. 281.

von mir, unendlich viele aber bleiben noch künftigen Beobachtern zu untersuchen übrig.

Alle Bemühungen diese Erscheinungen zu erklären und darzustellen waren bis jetzt ohne den gewünschten Erfolg. Von dem *Emissionssystem* konnte keine Erklärung erwartet werden, seitdem *Fresnel* bewiesen hat, dass die aus diesem System streng abgeleiteten Resultate den Erscheinungen zum Theil geradezu widersprechen. *) Dass aber auch das *Undulationssystem,* welches diesen Erscheinungen seine Wiedergeburt verdankt, dieselben nur mit unsäglicher Mühe darzustellen im Stande sey, schien ebenfalls aus den Arbeiten dieses berühmten Physikers gefolgert werden zu müssen; wenigstens haben alle Naturforscher in der neuesten Zeit die Ansicht getheilt, dass die vorliegende Aufgabe eine der schwierigsten und delikatesten in der Naturkunde sey. Ich empfand daher ein unbeschreibliches Vergnügen, als ich vor nahe zwei Jahren, mit dem Studium der Undulationstheorie beschäftigt, und kaum mit den Prinzipien derselben vertraut, den Weg zur gänzlichen Enträthselung aller dieser wunderbaren Lichtgestalten zu entdecken das Glück hatte.

Ich werde in der That durch gegenwärtige Abhandlung beweisen, dass alle möglichen, durch Oeffnungen von irgend einer Form, Grösse und Anordnung sichtbaren subjectiven Beugungserscheinungen von der Undulationstheorie nicht allein erklärt werden, sondern dass dieselben auch durch analytische, die Intensität des Lichts in einem jeden beliebigen Punkte der Erscheinung bestimmende Ausdrücke, dargestellt werden können.

Man wird überrascht seyn über die Leichtigkeit, mit welcher sich diese Ausdrücke auf dem von mir eingeschlagenen Wege aus den Fundamentalgesetzen der Theorie ableiten lassen, und die Einfachheit bewundern, welche die meisten dieser Ausdrücke besitzen. Für alle bekannten und für sehr viele neue Erscheinungen habe ich diese analytischen Ausdrücke wirklich entwickelt, geometrisch construirt und mit den Beobachtungen verglichen. Ueberall wird man sehen, dass dieselben bis in das kleinste Detail mit der Erfahrung übereinstimmen; ja man wird finden, dass sie uns über alle Theile der Erscheinungen ausführlicher und gründlicher belehren, als die besten Beobachtungen und die genauesten Messungen

---

*) Mémoire sur la diffraction de la lumière, in den Mém. de l'Acad. roy. des Sciences etc. T. V. p. 339.

zu thun im Stande sind, und dass sie uns dadurch sehr häufig auf Entdeckungen leiten, welche das schärfste Auge, ohne die Hilfe der Theorie, niemals gemacht haben würde.

Mit einem Worte, man wird sich überzeugen, *dass die Undulationstheorie die Beugungserscheinungen eben so zuverlässig vorhersagt, wie die Gravitationstheorie die Bewegung der Himmelskörper.*

Um allen Freunden der Naturkunde, und besonders denjenigen, welche mit der Sprache der Mathematik nicht ganz vertraut sind, das Studium der Beugungserscheinungen möglichst zu erleichtern, habe ich die Resultate der Theorie, wo es thunlich war, in die gewöhnliche Sprache des Lebens übersetzt, dieselben in Bildern dargestellt und die Regeln, nach welchen diese Bilder construirt werden, durch Beispiele erläutert. Aus demselben Grunde habe ich auch immer die einfachsten und am wenigsten kostbaren Mittel angegeben, durch welche man die Erscheinungen hervorbringen kann. Ich hoffe hierdurch alle billigen Wünsche befriedigt und dem gebildeten Publikum den Eingang in eines der shönsten und reichsten Felder der Naturkunde geöffnet zu haben.

Speyer, im August 1835.

Der Verfasser.

Inhalt.

Seite.

Einleitung. Lehrsätze der Undulationstheorie . . . . 1.

Erste Abth. Bestimmung der Erscheinungen, welche ein homogener Lichtpunkt zeigt, wenn man denselben durch eine paralellogrammartige, dreieckige oder kreisrunde Oeffnung betrachtet . . 20.

I. Erscheinungen durch einen Spalt . . . . 20.
II. » durch ein Trapez . . . . 39.
III. » durch ein Parallelogramm . . . . 47.
IV. » durch ein Dreieck . . . . 57.
V. » durch eine kreisrunde Oeffnung . . . . 67.

Die Scheibchen der Fixsterne in Fernröhren . . . . 74.

Zweite Abth. Erscheinungen durch eine oder mehrere Reihen von gleichen Oeffnungen . . . . . 75.

I. Erscheinungen durch eine einzige Reihe Oeffnungen . . . . 75.

a) Erscheinungen durch eine Reihe von Parallelogrammen . . , ... 84.
b) » durch eine Reihe von Dreiecken . . . . 87.
c) » durch eine Reihe von Kreisöffnungen . . . . 87.
d) » durch verschiedene Drahtgitter . . . . 90.
e) Fraunhofer's nicht-symmetrische Spektra . . . . 96.
f) Fraunhofer's Parthiegitter . . . . 97.

II. Erscheinungen durch mehrere Reihen von Oeffnungen . . . . 100.

a) Erscheinungen durch mehrere Reihen von Parallelogrammen . . . . 101.
b) » durch mehrere Reihen von Dreiecken , ... 105.
c) » durch mehrere Reihen von Kreisöffnungen . . . . 105.

Dritte Abth. Erscheinungen durch eine beliebige Gruppe von Oeffnungen . . . . 106.

I. Erscheinungen durch Herschel's Dreieckgitter . . . . 106.
II. » durch zwei Dreiecke von entgegengesetzter Lage . . . . 111.
III. » durch ein regelmässiges Sechseck . . . . 118.
IV. » durch den Zwischenraum von zwei Parallelogrammen . . . . 120.
V. » durch zwei ungleiche neben einander liegende Vierecke . . . . 123.
» durch einen Kreisring . . . . 124.
» durch zwei neben einander liegende ungleiche Kreisöffnungen . . . . 124.
VI. » durch die Fahne einer Vogelfeder . . . . 125.

Vierte Abth. Bestimmung der Erscheinungen, welche ein nicht homogener Lichtpunkt zeigt, wenn man denselben durch ein beliebiges Gitter betrachtet . . . . 127.

Fraunhofer's dunkle Linien im Sonnenspektrum . . . . 128.
Erscheinungen durch Stab- und Kreuzgitter . . . . 130.
» durch dreieckige und kreisrunde Oeffnungen . . . . 131.

Fünfte Abth. Bestimmung der Erscheinungen, welche mehrere Lichtpunkte, eine oder mehrere Lichtlinien, oder eine Lichtfläche hervorbringen . . . . 132.

Erscheinungen, wenn mehrere Lichtpunkte durch ein Stabgitter betrachtet werden . . . . . 134.

Zwei vertikale Lichtlinien durch ein vertikales Stabgitter betrachtet . . . . 135.

Eine rechtwinklige Lichtfläche durch ein Stabgitter betrachtet . . . . 137.

Eine Lichtlinie durch eine kreisrunde Oeffnung betrachtet . . . . 141.

Ein Lichtband durch eine kreisrunde Oeffnung betrachtet . . . . 142.

Eine kreisrunde Lichtscheibe durch eine kreisrunde Oeffnung betrachtet . . . . 143.

Die vergrösserten Durchmesser der Sonne, des Mondes und der Planeten in Fernröhren . . . 143.

Tafeln . . . . 145.

BIBLIOTHECA REGIA MONACENSIS

EINLEITUNG.

LEHRSÄTZE
der
UNDULATIONSTHEORIE.*)

§. 1. Die Empfindung des Lichts wird erzeugt durch die von einem leuchtenden Körper hervorgebrachten und bis auf die Netzhaut unseres Auges fortgepflanzten Schwingungen des Aethers.

§. 2. Ein leuchtender Punkt oscillirt nach denselben Gesetzen wie ein einfaches Pendel, eine tönende Saite, oder eine elastische Feder.

Die Gesetze dieser Oscillationen sind:

1) Die Kraft, mit welcher der oscillirende Körper in seine Gleichgewichtslage zurückzukehren sucht, ist in jedem Augenblick proportional seiner Entfernung von dieser Lage.

2) Die Oscillationen sind gleichzeitig für grosse und kleine Schwingungsbögen.

3) Die Oscillationsgeschwindigkeit ist in jedem Augenblicke proportional dem Sinus der Zeit, wenn man diese vom Anfang der Bewegung an zählt und zum Kreisumfang diejenige Zeit nimmt, welche einer vollständigen Oscillation entspricht.

   Die Zeit einer vollständigen Oscillation heisst eine Periode und ist der Zeit eines Hin- und Herschwungs gleich.

4) Die Ausweichung oder die Entfernung des oscillirenden Körpers von seiner Gleichgewichtslage ist in jedem Augenblicke proportional dem Cosinus der Zeit.

---

*) Man sehe Fresnel *Mémoire sur la diffraction de la lumière* in den *Mém. de l'Acad. roy. des sciences etc. T. V. p. 339* und Poggendorffs Annalen der Physik und Chemie Band III, V, XII, XVII, XXI, XXII, XXIII, XXX.

§. 3. Der Inhalt der beiden ersten Gesetze ist für sich klar. Um die beiden letzten zu versinnlichen, sey *c* (*Fig. 1.*) das eine Ende einer geraden horizontalen mit dem andern Ende befestigten Stahlfeder.

Drückt man das freie Ende *c* bis nach *o* herab, und lässt es alsdann fahren, so schwingt es zwischen *o* und *6* auf und ab. Die Zeit, welche während eines solchen Auf- und Abschwungs verfliesst, ist die Zeit einer vollständigen Oscillation.

Stellen wir dieselbe durch den Umfang des mit dem Radius *co* beschriebenen Kreises vor, und theilen wir diesen Umfang in 12 gleiche Theile, so befindet sich das schwingende Ende der Feder im Anfang und in den 12 darauf folgenden Zeitmomenten nach und nach in *o, a, b, c, d, e, 6, e, d, c, b, a, o;* seine Ausweichungen oder Entfernungen von der Gleichgewichtslage sind also *co, ca, cb,* Null, *cd, ce, c6, ce, cd,* Null, *cb, ca, co,* und seine Oscillationsgeschwindigkeiten werden vorgestellt durch die Senkrechten Null, *a1, b2, c3, d4, e5,* Null, *e7, d8, c9, b10, a11,* Null.

Die Zeitbögen *o1, o2* etc. nennt man Oscillationsphasen.

Die Oscillationsgeschwindigkeiten sind also den Sinus und die Ausweichungen den Cosinus der Oscillationsphasen proportional.

Die aufwärtsgehende Bewegung nehmen wir positiv, die abwärts gehende negativ an.

In demselben Sinne betrachten wir *co* als die grösste negative und *c6* als die grösste positive Ausweichung. Die Oscillationsgeschwindigkeiten sind daher in den beiden ersten Quadranten positiv, in den beiden letzten negativ. Die Ausweichungen (Exkursionen) hingegen sind negativ in dem ersten und letzten, und positiv in dem 2ten und 3ten Quadranten. Auch sieht man, dass die grössten Ausweichungen den kleinsten Oscillationsgeschwindigkeiten entsprechen und umgekehrt.

§. 4. Die Oscillationsgeschwindigkeit eines vibrirenden Punktes wird vorgestellt durch die Gleichung

$$1) \qquad U = A \sin \left[2\pi \frac{t}{T}\right]$$

In diesem Ausdruck ist t die von dem Anfang der Bewegung an, verflossene Zeit. Dieser Anfang entspricht der grössten negativen Ausweichung. T ist die Zeit einer vollständigen Oscillation, 2π der Umfang eines Kreises, dessen Radius $= 1$ ist, und A ist das Maximum der Oscillationsgeschwindigkeit des vibrirenden Punktes. Dieses Maximum A wollen wir die

Vibrationsintensität nennen. Der Quotient $\frac{t}{T}$ drückt die Anzahl der vollständigen Oscillationen aus, welche seit dem Anfang der Bewegung verflossen sind. $2\pi\frac{t}{T}$ ist die Oscillationsphase. Sie durchläuft wiederholt und immer in der Zeit T den Kreisumfang 2π. Während der ersten Oscillationsperiode ist t kleiner als T, in der zweiten liegt t zwischen T und $2T$, in der 3ten zwischen $2T$ und $3T$, u. s. w.

§. 5. Phasen, welche um eine ganze Anzahl von Kreisumfängen von einander verschieden sind, können als gleich betrachtet werden, weil sie gleiche trigonometrische Linien haben. Die Phasen $2\pi\frac{t}{T}$ und $2\pi\frac{t}{T}\pm 2m\pi$ sind also einander gleich.

Phasen sind einander entgegengesetzt, wenn sie um einen halben oder um eine ungerade Anzahl von halben Kreisumfängen differiren; z. B. die Phasen $2\pi\frac{t}{T}$, und $2\pi\frac{t}{T}\pm(2m+1)\pi$, oder in (*Fig. 1.*) die Phasen *0* und *6*, *1* und *7*, *2* und *8*, *3* und *9*, *4* und *10*, *5* und *11*.

§. 6. Die Ausweichung eines vibrirenden Punktes wird für einen beliebigen Augenblick vorgestellt durch die Gleichung

$$X = -B\cos\left[2\pi\frac{t}{T}\right], \tag{2}$$

worin B die grösste Ausweichung ist und Oscillationsamplitude genannt wird. Die übrigen Buchstaben haben dieselbe Bedeutung wie im vorhergehenden §.

Man wird bemerken, dass die grösste negative und positive Ausweichung immer Statt findet im Anfang und in der Mitte einer jeden Periode, wo die Oscillationsgeschwindigkeit Null ist, und dass in der Gleichgewichtslage, wo die Ausweichung Null ist, die Oscillationsgeschwindigkeit ihre Maxima erreicht.

§. 7. Der Aether ist eine sehr feine elastische Flüssigkeit, welche alle Himmelsräume erfüllt und alle Körper durchdringt. *)

§. 8. Ein jedes Aethertheilchen theilt die unmittelbar von einem leuchtenden Punkte oder von einem andern Aethertheilchen erhaltene Bewegung allen anliegenden Aethertheilchen mit und pflanzt sie so nach allen Richtungen weiter fort.

---

*) Poggendorffs Annalen III. 306.

Diese Fortpflanzung geschieht nicht augenblicklich, allein ausserordentlich schnell. Zur Fortpflanzung einer Lichtvibration vom Monde bis zur Erde ist nur Eine Sekunde nothwendig. *)

§. 9. In einem gleichförmigen Aether ist die Fortpflanzungsgeschwindigkeit gleichförmig und nach allen Richtungen dieselbe. Sie wird grösser in einem weniger dichten oder mehr elastischen Aether. Nimmt die Dichtigkeit des Aethers mit seiner Elastizität in gleichem Verhältnisse zu, wie bei comprimirter Luft, so ändert sich die Fortpflanzungsgeschwindigkeit nicht. **)

§. 10. Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit ist für starke und schwache, für schnelle und langsame Oscillationen dieselbe.

§. 11. Die Schwingungen, in welche die mit einem leuchtenden Punkte unmittelbar in Berührung stehenden Aethertheilchen versetzt werden, sind proportional den Schwingungen des leuchtenden Punktes.

§. 12. Die Oscillationsgeschwindigkeit der Aethertheilchen nimmt ab mit ihrer Entfernung von dem leuchtenden Punkte. Sie ist halb so gross in der doppelten Entfernung.

§. 13. Eine jede vollständige Oscillation des leuchtenden Punktes erzeugt eine Aetherwelle. Die Aetherwellen bilden in einem gleichförmigen Mittel Kugelschalen um den leuchtenden Punkt. ***)

§. 14. Die Oberfläche einer solchen Kugelschale, in welcher alle Aethertheilchen zu gleicher Zeit auf gleiche Weise oscilliren, heisst die Oberfläche der Welle oder die Wellenfläche. ****)

---

*) Die Möglichkeit einer so schnellen Fortpflanzung durch ein elastisches Mittel ist leichter zu begreifen, als die wirkliche Fortbewegung von Lichttheilchen, welche das Emissionssystem annimmt. Man denke nur an eine Reihe sich berührender Billardkugeln; wird die erste angestossen, so glaubt man die letzte in demselben Moment abspringen zu sehen.

**) Poggendorffs Annalen III. 309.

***) Poggendorffs Annalen V. 125.

****) Bei den Wellen, die auf der Oberfläche eines ruhigen Wassers entstehen, wenn man einen Stein hineinwirft, liegen die gleichzeitig auf gleiche Weise bewegten Punkte auf dem Umfang eines Kreises.

§. 15. Wenn auch die Oscillationen nicht auf der ganzen Oberfläche der Welle die nämliche Intensität haben, so kann man doch ohne merklichen Fehler auf einem kleinen Theile derselben diese Intensität als *constant* annehmen.

§. 16. Die *Länge* einer Aetherwelle ist die Strecke des Weges, durch welche sich die vibratorische Bewegung während einer vollständigen Oscillation des leuchtenden Punktes fortpflanzt.

§. 17. Die Länge der Aetherwellen hängt daher ab von der Dauer dieser Oscillationen und von der Schnelligkeit, mit welcher sich dieselben fortpflanzen.

§. 18. Eine Reihe von aufeinanderfolgenden Aetherwellen bildet ein *Wellensystem* oder einen *Lichtstrahl*.

§. 19. Die Längen verschiedener Lichtwellen verhalten sich genau wie die Zeiten der Oscillationen, durch welche sie hervorgebracht werden.

Oscillationen von gleicher Dauer oder Wellen von gleicher Länge erzeugen Lichtstrahlen von gleicher *Farbe*. Oscillationen von verschiedener Dauer oder Wellen von verschiedener Länge erzeugen Lichtstrahlen von verschiedener Farbe. im nämlichen Medium

§. 20. Die Länge einer Aetherwelle ist ausserordentlich klein, allein dessenungeachtet sehr genau messbar, wie wir weiter unten sehen werden.*)

Die Wellen des äussersten Roth im Sonnenspektrum haben eine Länge von nahe $0{,}00074^{\mathrm{mm}}$, die des äussersten Violett sind nur halb so lang.**) Von jenen gehen daher 135, von diesen 270 auf den zehnten Theil eines Millimeters oder auf die Dicke eines starken Haares.

§. 21. Die Oscillationsamplitude eines leuchtenden Punktes ist wahrscheinlich noch vielmal kleiner als die Länge einer Aetherwelle.***)

§. 22. Ein leuchtender Punkt macht in einer Sekunde so viele Oscillationen, als Wellen auf die Strecke des Wegs gehen, durch welche sich das Licht in einer Sekunde fortpflanzt. Diese Strecke ist nahe der Entfernung des Mondes von der Erde gleich und beträgt 300 Millionen Meter.

---

*) *Gilberts* Annalen. B. 74. p. 359.

**) Diese Grenzen entsprechen den von *Fraunhofer* mit *A* und *I* bezeichneten Stellen in dem Sonnenspektrum. S. Denkschriften der k. Akad. d. Wissenschaften zu München, Bd. V.

***) *Poggendorffs* Annalen III. 310.

Ein Lichtpunkt, welcher uns das äusserste Roth des prismatischen Spektrums zusendet, schwingt daher in dem millionsten Theile einer Sekunde 400 Millionenmal; dem äussersten Violett entsprechen nahe doppelt so viele Oscillationen in derselben Zeit. Diejenigen Oscillationen, welche entweder schneller oder langsamer auf einander folgen, sind nicht fähig, auf dem optischen Nerven unseres Auges die Empfindung von Licht oder Farbe hervorzubringen, sondern werden nur merkbar durch Wärme oder andere chemische Wirkungen. *) Die Farben umfassen daher nur eine einzige Oktave, während die Töne sich auf 9 Oktaven erstrecken.

§. 23. Die Stärke des Lichteindrucks hängt ab von der lebendigen Kraft, mit welcher die schwingenden Aethertheilchen die Netzhaut treffen und ist daher dem Quadrate der Oscillationsgeschwindigkeiten oder dem Quadrate der Vibrationsintensität der Aethertheilchen proportional. **)

§. 24. Die Oscillationsbewegungen der Aethertheilchen stehen senkrecht auf der Richtung, nach welcher sich die Wellen fortpflanzen und liegen daher in der Oberfläche der Wellen. ***)

§. 25. Haben die Oscillationsbewegungen der Aethertheilchen eines Wellensystems alle gleiche Richtung in der Wellenfläche, so heisst das Licht polarisirt.

§. 26. Sind die Oscillationsbewegungen der Aethertheilchen von mehreren in derselben Richtung sich fortpflanzenden polarisirten Lichtstrahlen unter einander parallel, so nennt man diese Systeme oder Lichtstrahlen ähnlich polarisirte. ****)

---

*) Poggendorffs Annalen III. 323.

**) Poggendorffs Annalen III. p. 313.

***) Zur Versinnlichung können die Schwingungen dienen, welche man an einem schwach gespannten Seile beobachtet. Führt man an dem einen Ende von oben herab einen kurzen Schlag auf das Seil, so entsteht eine vertikale Welle, die sich bis zu dem andern Ende des Seiles fortpflanzt. Schlägt man das Seil von der Seite, so entsteht eine Welle mit horizontalen Oscillationen. Wiederholt man schnell den ersten Schlag, so entstehen zwei Wellen, welche sich hintereinander fortpflanzen. Man sieht auch, dass alle diese Wellen mehreremal an dem Seile hin und wieder zurücklaufen, also reflektirt werden. Wird das Seil stärker gespannt, so wird die Fortpflanzung schneller, wie wir schon früher bemerkt haben.

****) Poggendorffs Annalen XII. p. 389.

§. 27. Ein leuchtender Körper besteht aus einer unendlichen Anzahl von leuchtenden Punkten, wovon ein jeder sein eigenes Wellensystem erzeugt. Ein jedes dieser Wellensysteme kann von dem andern durch die Dauer und durch die Richtung seiner Oscillationen verschieden seyn.

Das gewöhnliche Licht besteht daher im Allgemeinen aus Strahlen von allen möglichen Farben und allen möglichen Polarisationsrichtungen.

§. 28. Wenn man die Oscillationsgeschwindigkeit eines leuchtenden Punktes vorstellt durch die Gleichung

$$U = A \sin \left(2\pi \frac{t}{T}\right),$$

so kann die Oscillationsgeschwindigkeit eines Aethertheilchens zu derselben Zeit t und hervorgebracht durch die Schwingungen dieses leuchtenden Punktes vorgestellt werden durch die Gleichung

3) $$v = a \sin \left[2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)\right],$$

wo λ die Länge einer Aetherwelle, a die Vibrationsintensität und x die Entfernung des Aethertheilchens von dem leuchtenden Punkte bedeutet.*) Der Quotient $\frac{x}{\lambda}$ drückt die Anzahl von Wellen aus, die zwischen dem leuchtenden Punkt und dem Aethertheilchen sich befinden, und diese Anzahl ist der Anzahl von Schwingungsperioden gleich, welche verfliessen, während sich die Vibrationsbewegungen des leuchtenden Punktes bis zu dem Aethertheilchen fortpflanzen; $\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$ drückt daher die Anzahl von Schwingungsperioden aus, welche verflossen waren in dem Moment, in welchem die Oscillation Statt fand, die das Aethertheilchen jetzt empfindet.

§. 29. Die Intensität der Vibrationen der Aethertheilchen verhält sich nach §. 12. umgekehrt wie der Abstand der Welle von dem Erschütterungsmittelpunkte. Allein da die Wellen in Bezug auf ihre Entfernung von dem leuchtenden Punkte sehr klein sind, so können wir in der Erstreckung einer und selbst mehrerer Wellen absehen von der Veränderung von a und diese Grösse als constant betrachten.

§. 30. Um eine deutliche Vorstellung zu erhalten von den Oscillationsgeschwindigkeiten, welche die verschiedenen Theilchen einer Aetherwelle beleben, beschreibe man mit einem Radius, welcher der Vibrationsintensität a gleich ist, einen Kreis (*Fig.* 2.) und theile den Umfang desselben

---

*) Poggendorffs Annalen XXX, p. 143.

z. B. in 12 gleiche Theile. Die Bögen Null, *o1*, *o2*, *o3* etc. stellen alsdann die 12 auf einander folgenden Oscillationsphasen vor, welche den Momenten entsprechen, in denen der Ausdruck $2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)$ nach und nach die Werthe o, $\frac{2\pi}{12}$, $2\frac{2\pi}{12}$, $3\frac{2\pi}{12}$, $4\frac{2\pi}{12}\ldots 2\pi$ erhält. Die Sinus dieser Bögen, nämlich die Linien Null, *a1*, *b2* etc. sind mit dem gehörigen Zeichen genommen den Oscillationsgeschwindigkeiten gleich, von welchen das nämliche Aethertheilchen *A* nach und nach in den 12 betrachteten Momenten einer Periode oder auch die in gleichen Entfernungen auf der ganzen Länge *AA'* der nachfolgenden Welle befindlichen Aethertheilchen in dem ersten Moment in Bewegung gesetzt werden.

Theilen wir nun auch die gerade Linie *AA'*, welche die Länge einer Aetherwelle vorstellt, in 12 gleiche Theile und errichten wir in den Theilungspunkten die senkrechten Linien *o*, *11'*, *22'* etc. welche den Sinus *o*, *a1*, *b2* etc. gleich sind, so sehen wir über oder unter einem jeden Punkte der von *A'* nach *A* vorschreitenden Welle die positive oder negative Oscillationsgeschwindigkeit, welche einen jeden in dem Moment belebt, in dem der vorderste Punkt *A* eine Oscillationsperiode gerade beginnt.

Wiederholen wir links und rechts auf den Verlängerungen der Linie *AA'* dieselbe Construktion mehrere Mal, und verbinden wir die Endpunkte der errichteten Ordinaten durch eine krumme Linie, so erhalten wir die Geschwindigkeits-Curve der Aethertheilchen unter der Voraussetzung, dass die Vibrationsintensität für mehrere Wellenlängen constant bleibe.

Lassen wir die Geschwindigkeits-Curve während einer Oscillationsperiode von *A'* gegen *A* um eine Wellenlänge gleichförmig vorrücken, so kommen nach und nach alle 12 Ordinaten auf den Punkt *A* und zeigen in jedem Moment der Periode die Oscillationsgeschwindigkeit dieses Punktes. Die auf irgend einem andern Punkte befindliche Ordinate stellt in demselben Augenblicke die Geschwindigkeit dieses letzteren Punktes vor.

§. 31. Will man für eine beliebige Zeit t die Oscillationsgeschwindigkeit eines Aethertheilchens X construiren, welches sich in der Entfernung $XO = x$ (*Fig. 2.*) von dem leuchtenden Punkte O befindet, so darf man nur den Anfangspunkt *A* der Geschwindigkeits-Curve um $\frac{t}{T}$ d. i. um so viele Wellenlängen von dem leuchtenden Punkte fortrücken, als der letztere seit dem Anfang seiner Bewegung Schwingungen gemacht hat, die alsdann über

dem Aethertheilchen in X befindliche Ordinate ist die gesuchte Oscillationsgeschwindigkeit.

Ist z. B. $\frac{t}{T} = 5\frac{1}{2}$ und $x = 3\frac{3}{4}\lambda$, so ist $OA = 5\frac{1}{2}\lambda$, $XA = 1\frac{3}{4}\lambda$ und die gesuchte Oscillationsgeschwindigkeit ist hier also der grössten negativen Ordinate gleich, folglich in ihrem negativen Maximum, welches der augenblicklichen Oscillationsphase des betrachteten Aethertheilchens $\left[2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)\right] = \left[2\pi(1\frac{3}{4})\right] = 1\frac{3}{4}(2\pi)$ entspricht.

§. 32. Die Ausweichung eines Aethertheilchens oder die Entfernung desselben von seiner Gleichgewichtslage wird vorgestellt durch die Gleichung

4) $$h = -H\cos\left[2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)\right]$$

§. 33. Um die Curve dieser Ausweichungen oder die Curve der Wellenhöhen zu construiren, beschreiben wir mit einem Radius, welcher der grössten Ausweichung H gleich ist, einen Kreis (*Fig. 3.*) und theilen den Umfang desselben wie vorhin in 12 gleiche Theile. Die Cosinus co, ca, cb, etc. welche den Bögen o, $o1$, $o2$, etc. angehören, sind negativ genommen die Ausweichungen eines Aethertheilchens in den 12 auf einander folgenden Momenten einer vollständigen Oscillation. Tragen wir diese negativ genommenen Cosinus als Ordinaten auf die in 12 gleiche Theile getheilte Wellenlänge AA' und verbinden wir die Endpunkte durch eine krumme Linie, so ist die gesuchte Curve der Wellenhöhe construirt.

§. 34. Wenn man die gegenwärtige Curve mit der vorigen vergleicht, so wird man bemerken, dass im Anfang der Bewegung, welcher mit der grössten negativen Ausweichung zusammenfällt, die Oscillationsgeschwindigkeit Null ist, dass mit der positiven Zunahme dieser Geschwindigkeit die negative Ausweichung der Aethertheilchen oder die Tiefe der Welle sich vermindert und dass letztere Null wird, wenn die Geschwindigkeit ihr positives Maximum erreicht hat. Von diesem Moment an erhebt sich die Welle über das Niveau, und erreicht ihren höchsten Gipfel, wenn die Oscillationsgeschwindigkeit wieder Null geworden ist. In der zweiten Hälfte der Periode wird die Geschwindigkeit negativ und geht von Null durch ihr negatives Maximum bis wieder zu Null, während die Welle von ihrem höchsten Gipfel durch das Niveau bis zu ihrer grössten Tiefe hinabsinkt.

Ferner ist es einleuchtend, dass die 4 Quadranten einer jeden Curve mit einander congruent sind, wenn man von ihrem Zeichen absieht, und dass

bei gleichen Intensitäten beide Curven vollkommen auf einander passen, wenn man die zweite um eine Viertel-Wellenlänge verschiebt.

§. 35. Wenn die Curve *Fig.* 2. die Oscillationen eines rothen Lichtstrahls vorstellt, so stellt *Fig.* 4. die Oscillationen eines violetten Strahls vor, dessen Schwingungen doppelt so schnell auf einander folgen und dieselbe Intensität haben, wie die des rothen Strahls.

§. 36. Wenn zwei oder mehrere Wellensysteme zugleich auf ein Aethertheilchen einwirken, so ist nach dem allgemeinen Prinzip von der Coëxistenz kleiner Bewegungen die resultirende Oscillationsgeschwindigkeit des Aethertheilchens in irgend einem Moment gleich der Resultante der Oscillationsgeschwindigkeiten, welche diese Systeme dem Aethertheilchen in demselben Moment einzeln mitgetheilt haben würden.*)

§. 37. Sind die einzelnen Wellensysteme oder Lichtstrahlen mit einander parallel, und sind dieselben auch alle nach derselben Richtung polarisirt, so ist die resultirende Oscillationsgeschwindigkeit des Aethertheilchens gleich der algebraischen Summe der Oscillationsgeschwindigkeiten der componirenden Systeme, weil in diesem Fall, nach der Voraussetzung, die Oscillationsbewegungen alle unter sich parallel sind.

Wir werden uns in der Folge, wenn nicht das Gegentheil ausdrücklich bemerkt wird, immer mit solchen Wellensystemen beschäftigen, welche parallel und nach derselben Richtung polarisirt sind, auch werden wir voraussetzen, dass diese Systeme gleiche Wellenlänge besitzen.

Wellensysteme von gleicher Wellenlänge oder Lichtstrahlen von gleicher Farbe heissen ähnliche Wellensysteme; in solchen Systemen hat die Zeit einer Oscillationsperiode T und die Länge einer Welle λ denselben Werth.

AUFGABE.

§. 38. Wenn zwei parallele ähnliche und nach derselben Richtung polarisirte Wellensysteme auf ein Aethertheilchen einwirken, die Resultante ihrer Oscillationsgeschwindigkeiten finden.**)

---

*) Poggendorffs Annalen XXX. 141.

**) Poggendorffs Annalen XXX. 144.

Ist x die Entfernung des Aethertheilchens von der Lichtquelle des ersten Systems, so ist die Oscillationsgeschwindigkeit, welche dieses System dem Aethertheilchen mitzutheilen sucht,

5) $$u = a \sin\left[2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)\right]$$

und die des zweiten kann vorgestellt werden durch

6) $$v = b \sin\left[2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} - \frac{c}{\lambda}\right)\right],$$

weil beide nur in der Intensität ihrer Oscillationen und in ihren Phasen von einander verschieden sind. Der Unterschied in den Phasen beider Systeme ist ausgedrückt durch $2\pi\frac{c}{\lambda}$, worin auch c den Abstand bedeuten kann, um welchen das zweite System in seinem Gange hinter dem ersten zurück ist.

Bezeichnen wir nun die resultirende Oscillationsgeschwindigkeit beider Systeme durch U, so ist nach §. 37.

$$U = u + v = a \sin\left[2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)\right] + b \sin\left[2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} - \frac{c}{\lambda}\right)\right].$$

Bezeichnen wir ferner der Kürze wegen die Bögen

$$\left[2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)\right] \text{ und } \left[2\pi\left(\frac{c}{\lambda}\right)\right] \text{ mit } \alpha \text{ und } \gamma,$$

so wird $u = a \sin\alpha$, $v = b \sin(\alpha - \gamma)$ und

$$U = u + v = a \sin\alpha + b \sin(\alpha - \gamma) = (a + b\cos\gamma)\sin\alpha - b\sin\gamma\cos\alpha.$$

Setzt man I. $a + b\cos\gamma = A\cos i$ und II. $b\sin\gamma = A\sin i$, so wird:

7)
$$U = A\sin\alpha\cos i - A\cos\alpha\sin i = A\sin(\alpha - i) = A\sin\left[2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) - i\right],$$

worin sich für A und i aus den Gleichungen I. und II. die folgenden Werthe ergeben:

$$A = \sqrt{A^2\cos^2 i + A^2\sin^2 i} = \sqrt{a^2 + b^2 + 2ab\cos\gamma} = \sqrt{a^2 + b^2 + 2ab\cos\left[2\pi\left(\frac{c}{\lambda}\right)\right]}$$

$$\operatorname{tang} i = \frac{A\sin i}{A\cos i} = \frac{b\sin\gamma}{a + b\cos\gamma} = \frac{b\sin\left[2\pi\left(\frac{c}{\lambda}\right)\right]}{a + b\cos\left[2\pi\left(\frac{c}{\lambda}\right)\right]}$$

Die resultirende Oscillationsgeschwindigkeit

$$U = A\sin(\alpha - i) = A\sin\left[2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) - i\right],$$

worin A und i constante Grössen sind, ist offenbar die Oscillationsgeschwin-

digkeit eines Wellensystems, welches von den beiden componirenden nur im Gange und in der Intensität abweicht. Man kann daher anstatt der beiden componirenden Systeme das letztere setzen und als die Resultante derselben betrachten.

§. 39. Stellen wir die gleichzeitigen Phasen der beiden componirenden Systeme

$$\alpha = 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right) \text{ und } \alpha-\gamma = 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}-\frac{c}{\lambda}\right)$$

durch die Bögen *Mp, Mq* (*Fig. 5.*) und die Vibrationsintensitäten a und b durch die Linien *OA, OB* vor, und vollenden wir das Parallelogramm *OBCA*, so stellt *OC*, wie sogleich erhellen wird, die Vibrationsintensität und *Mr* die Phase des resultirenden Systems vor, und die Senkrechten *AP,BQ* und *CR* sind die Oscillationsgeschwindigkeiten der drei Systeme in demselben Augenblick.

Da in dem Parallelogramm *AOBC* der Winkel *BOA* oder *CAS* gleich ist der Differenz der Phasen der componirenden Systeme, nämlich $=\gamma$ oder $=2\pi\left(\frac{c}{\lambda}\right)$, so ist erstlich

$$\overline{OC}^2 = \overline{AO}^2 + \overline{AC}^2 + 2\,AO.AC\cos BOA = a^2+b^2+2ab\cos\gamma = A^2,$$

zweitens ist

$$\text{tang}\, COS = \frac{CS}{OS} = \frac{b\sin\gamma}{a+b\cos\gamma} = \text{tang}\, i,$$

drittens ist

$$AP = AO.\sin AOP = a\sin\alpha,\ BQ = BO.\sin BOQ = b\sin(\alpha-\gamma) \text{ und}$$
$$CR = CO.\sin COR = A\sin(\alpha-i).$$

Wenn also die Vibrationsintensitäten und die Phasen von zwei parallelen ähnlichen und nach derselben Richtung polarisirten Systemen durch die Grösse und Lage der Seiten eines Parallelogramms vorgestellt werden, so werden die entsprechenden Grössen des resultirenden Systems durch die Grösse und Lage der Diagonale des Parallelogramms vorgestellt. Man sieht also, dass Wellensysteme wie Kräfte in der Mechanik zusammengesetzt werden können.

§. 40. Man kann diesen Lehrsatz auch sehr anschaulich machen durch die Construction der Geschwindigkeits-Curven.

Stellen wir nämlich die Länge einer Welle durch den in eine gerade Linie ausgestreckten Umfang des Kreises *MPDM* (*Fig. 5.*) vor, so werden in dem betrachteten Moment die Geschwindigkeitscurven der drei Systeme ihrer Grösse und Lage nach in Beziehung auf das Aethertheilchen *X* (*Fig. 6.*) vorgestellt durch die Curven $pPP'p'$, $qQQ'q'$, $rRR'r'$; wo $Xp = Mp$, $Xq = Mq$ und $Xr = Mr$ die Oscillationsphasen und $XP = AP$, $XQ = BQ$, $XR = CR$ die Oscillationsgeschwindigkeiten des Aethertheilchens in den drei Systemen sind. Die resultirende Oscillationsgeschwindigkeit XR des Punktes X ist $= XP + XQ$; addirt man eben so für einen jeden andern Punkt der Linie $q'p$ die Ordinaten der beiden componirenden Curven, so erhält man immer die Ordinate des resultirenden Systems und diese bilden, wie die Figur zeigt, eine ähnliche Curve, welche nur durch ihren Gang und ihre Intensität von den beiden gegebenen verschieden ist. Lässt man alle drei Curven während einer Oscillationsperiode von der Linken gegen die Rechte um eine Wellenlänge vorwärts schreiten, so stellen die in jedem Moment über dem Punkte X befindlichen Ordinaten die jedesmaligen Oscillationsgeschwindigkeiten des Aethertheilchens in den drei Systemen vor.

§. 41. Sind die beiden componirenden Systeme in ihrem Gange einander gleich, so ist γ oder $2\pi\left(\frac{c}{\lambda}\right) = o$, $\cos\gamma = 1$, $\sin\gamma = o$ und

8) $$U = (a+b)\sin\alpha = (a+b)\sin\left[2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)\right].$$

In diesem Falle werden also, wie vorauszusehen war, blos die Vibrationsintensitäten addirt. Man sehe *Fig. 7.*

§. 42. Sind die componirenden Systeme in ihrem Gange entgegengesetzt, so ist γ oder $2\pi\left(\frac{c}{\lambda}\right) = \pi$, $\cos\gamma = -1$, $\sin\gamma = o$ und

9) $$U = (a-b)\sin\alpha = (a-b)\sin\left[2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)\right].$$

Hier werden also die Vibrationsintensitäten von einander abgezogen. Man sehe *Fig. 8.*

Ist zugleich $a = b$, so wird die Resultante ganz Null. Zwei parallele und ähnliche Systeme, welche gleiche Stärke haben und in ihrem Gange einander entgegengesetzt sind, zerstören also einander. Daselbe findet Statt, wenn die beiden Systeme gleichen Gang, aber gleiche und entgegengesetzte Vibrationsintensitäten haben. Man sehe *Fig. 9.*

§. 43. Wenn die beiden componirenden Systeme in ihrem Gange um den vierten Theil einer Wellenlänge von einander abstehen, so ist γ oder $2\pi\frac{c}{\lambda} = \pm\,{}^1/_2\pi$, $\cos\gamma = o$, $\sin\gamma = \pm\,1$, also

10) $$A = \sqrt{a^2+b^2} \quad \text{und} \quad \operatorname{tang} i = \pm\frac{b}{a}.$$ Man sehe *Fig. 10* u. *11*.

Ist in diesem Falle $b = a$, so wird

11) $$A = a\sqrt{2} \quad \text{und} \quad i = \pm\,{}^1/_4\pi.$$ Man sehe *Fig. 12*.

§. 44. Sind die Vibrationsintensitäten der beiden componirenden Systeme einander gleich, nämlich $b = a$ oder

$$u = a\sin\alpha, \quad v = a\sin(\alpha-\gamma), \quad \text{so wird}$$

12) $$\begin{cases} A = a\sqrt{2+2\cos\gamma} = 2\,a\cos{}^1/_2\gamma \quad \text{und} \quad \operatorname{tang} i = \dfrac{\sin\gamma}{1+\cos\gamma} = \operatorname{tang}{}^1/_2\gamma \\ \text{also } i = {}^1/_2\gamma \quad \text{und} \quad U = 2\,a\cos{}^1/_2\gamma\,\sin(\alpha - {}^1/_2\gamma) \end{cases}$$

In *Fig. 13.* ist $a = b$ und $\gamma = {}^1/_3\pi$; in *Fig. 12.* ist $a = b$ und $\gamma = {}^1/_2\pi$; in *Fig. 14.* ist $a = b$ und $\gamma = {}^2/_3\pi$ und in *Fig. 9.* ist $a = b$ und $\gamma = \pi$.

Sind die Vibrationsintensitäten der beiden componirenden Systeme einander gleich aber entgegengesetzt, nämlich $b = -a$ oder

$$u = a\sin\alpha, \qquad v = -a\sin(\alpha-\gamma), \text{ so wird:}$$

13) $$\begin{cases} A = a\sqrt{2-2\cos\gamma} = 2a\sin{}^1/_2\gamma, \ \operatorname{tang} i = -\dfrac{\sin\gamma}{1-\cos\gamma} = -\operatorname{cotg}{}^1/_2\gamma = \operatorname{tang}({}^1/_2\gamma - {}^1/_2\pi) \\ \text{also } i = {}^1/_2\gamma - {}^1/_2\pi \quad \text{und} \quad U = 2\,a\sin{}^1/_2\gamma\sin(\alpha - {}^1/_2\gamma + {}^1/_2\pi). \end{cases}$$

§. 45. Da nach dem Vorhergehenden zwei Systeme

$$u = a\sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) = a\sin\alpha \quad \text{und}$$
$$v = b\sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} - \frac{c}{\lambda}\right) = b\sin(\alpha-\gamma)$$

zusammen dieselbe Wirkung haben, wie ein einziges

$$U = A\sin\left[2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) - i\right] = A\sin(\alpha - i),$$

so kann man anstatt des letzteren auch die beiden ersten setzen, oder man kann ein System in zwei andere zerlegen, wie man in der Mechanik Kräfte zerlegt.

Sind z. B. die Differenzen in dem Gange der drei Systeme gegeben, so sind die Grössen γ oder $2\pi\frac{c}{\lambda}$ und i bekannt und man kann daher die unbekannten Vibrationsintensitäten a und b aus den beiden Gleichungen

I. $a+b\cos\gamma=A\cos i$ und II. $b\sin\gamma=A\sin i$

leicht bestimmen.

Wollte man die Aufgabe graphisch auflösen, so dürfte man nur mit Hilfe der Diagonale OC und der beiden Winkel i und γ das Parallelogramm $OACB$ (*Fig. 5.*) vollenden.

§. 46. Sind die gegebenen Phasen der neuen Systeme um einen Viertelkreis von einander verschieden, oder soll der Unterschied in ihrem Gange den vierten Theil einer Wellenlänge betragen, so wird die Zerlegung besonders leicht, denn es ist in diesem Falle $c=\frac{1}{4}\lambda$, $\gamma=2\pi\frac{c}{\lambda}=\frac{1}{2}\pi$,

also $\cos\gamma=0$ und $\sin\gamma=1$,

folglich $a=A\cos i$ und $b=A\sin i$.

Anstatt des Systems

$$U=A\sin\left[2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)-i\right]=A\sin(\alpha-i)$$

können wir also die Summe der beiden folgenden setzen

$$u=a\sin\left[2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)\right]=a\sin\alpha \quad \text{und}$$

$$v=b\sin\left[2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}-\frac{1}{4}\right)\right]=b\sin(\alpha-\tfrac{1}{2}\pi),$$

wo $a=A\cos i$ und $b=A\sin i$ ist.

AUFGABE.

§. 47. Die Resultante von mehreren parallelen ähnlichen und nach derselben Richtung polarisirten Wellensystemen finden. Die Oscillationsgeschwindigkeiten der $n+1$ gegebenen Systeme seyen

$$U^{(1)}=A^{(1)}\sin\left[2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}-\frac{c^{(1)}}{\lambda}\right)\right]=A^{(1)}\sin(\alpha-\gamma^{(1)}),$$

$$U^{(2)}=A^{(2)}\sin\left[2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}-\frac{c^{(2)}}{\lambda}\right)\right]=A^{(2)}\sin(\alpha-\gamma^{(2)}),$$

$$U^{(3)}=A^{(3)}\sin\left[2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}-\frac{c^{(3)}}{\lambda}\right)\right]=A^{(3)}\sin(\alpha-\gamma^{(3)}),$$

. . . .

$$U^{(n+1)}=A^{(n+1)}\sin\left[2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}-\frac{c^{(n+1)}}{\lambda}\right)\right]=A^{(n+1)}\sin(\alpha-\gamma^{(n+1)}).$$

Zerlegen wir nach §. 45. ein jedes dieser Systeme in zwei andere, welche in ihrem Gange um eine Viertelundulation verschieden sind und welche die gleichzeitigen Phasen

$2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)=\alpha$ und $2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}-\frac{{}^1/_4\lambda}{\lambda}\right)=\alpha-{}^1/_2\pi$ besitzen, (man sehe *Fig. 15.*) so wird

$$U^{(1)}=u^{(1)}+v^{(1)}=a^{(1)}\sin\alpha+b^{(1)}\sin(\alpha-{}^1/_2\pi)$$

$$U^{(2)}=u^{(2)}+v^{(2)}=a^{(2)}\sin\alpha+b^{(2)}\sin(\alpha-{}^1/_2\pi)$$

$$U^{(3)}=u^{(3)}+v^{(3)}=a^{(3)}\sin\alpha+b^{(3)}\sin(\alpha-{}^1/_2\pi);$$

. . . .

$$U^{(n+1)}=u^{(n+1)}+v^{(n+1)}=a^{(n+1)}\sin\alpha+b^{(n+1)}\sin(\alpha-{}^1/_2\pi),$$

wo

$$a^{(1)}=A^{(1)}\cos\gamma^{(1)},\quad b^{(1)}=A^{(1)}\sin\gamma^{(1)}$$

$$a^{(2)}=A^{(2)}\cos\gamma^{(2)},\quad b^{(2)}=A^{(2)}\sin\gamma^{(2)}$$

$$a^{(3)}=A^{(3)}\cos\gamma^{(3)},\quad b^{(3)}=A^{(3)}\sin\gamma^{(3)}$$

. . . .

$$a^{(n+1)}=A^{(n+1)}\cos\gamma^{(n+1)},\quad b^{(n+1)}=A^{(n+1)}\sin\gamma^{(n+1)}$$

Setzen wir eine jede Reihe von Componenten nach §. 41. in eine einzige Hauptcomponente zusammen, so wird

14) $$\begin{cases}\int(U)=\int(u)+\int(v)=\int(a)\sin\alpha+\int(b)\sin(\alpha-{}^1/_2\pi),\\ \text{wo}\int(a)=a^{(1)}+a^{(2)}+a^{(3)}+\text{etc.}=\int(A\cos\gamma)=A^{(1)}\cos\gamma^{(1)}+A^{(2)}\cos\gamma^{(2)}+A^{(3)}\cos\gamma^{(3)}+\text{etc.}\\ \text{und}\int(b)=b^{(1)}+b^{(2)}+b^{(3)}+\text{etc.}=\int(A\sin\gamma)=A^{(1)}\sin\gamma^{(1)}+A^{(2)}\sin\gamma^{(2)}+A^{(3)}\sin\gamma^{(3)}+\text{etc.}\end{cases}$$

Vereinigen wir nun auch noch die beiden Hauptcomponenten

$$\int(u)=\int(a)\sin\alpha \quad\text{und}\quad \int(v)=\int(b)\sin(\alpha-{}^1/_2\pi)$$

in eine einzige Hauptresultante, so wird nach §. 43.

15) $\int(U)=(A)\sin(\alpha-i)$, wo $(A)=\sqrt{\int(a)^2+\int(b)^2}$ und $\tang i=\frac{\int(b)}{\int(a)}$ ist.

§. 48. Sind die Vibrationsintensitäten der componirenden Systeme einander gleich, nämlich $A^{(1)} = A^{(2)} = A^{(3)}$ etc.

oder ist
$$U^{(1)} = A^{(1)} \sin(\alpha - \gamma^{(1)})$$
$$U^{(2)} = A^{(1)} \sin(\alpha - \gamma^{(2)})$$
$$U^{(3)} = A^{(1)} \sin(\alpha - \gamma^{(3)})$$
. . . .

$$16) \left\{ \begin{array}{l} \text{so wird } \int(a) = A^{(1)}(\cos\gamma^{(1)} + \cos\gamma^{(2)} + \cos\gamma^{(3)} + \text{etc.}) = A^{(1)}\int(\cos\gamma), \\ \int(b) = A^{(1)}(\sin\gamma^{(1)} + \sin\gamma^{(2)} + \sin\gamma^{(3)} + \text{etc.}) = A^{(1)}\int(\sin\gamma), \\ (A) = A^{(1)} \sqrt{\int(\cos\gamma)^2 + \int(\sin\gamma)^2} \text{ und } \operatorname{tang} i = \frac{\int(\sin\gamma)}{\int(\cos\gamma)}. \end{array} \right.$$

§. 49. Sind die gleichzeitigen Phasen der componirenden Systeme einander gleich, nämlich $\alpha - \gamma^{(1)} = \alpha - \gamma^{(2)} = \alpha - \gamma^{(3)}$ etc.

oder ist
$$U^{(1)} = A^{(1)} \sin(\alpha - \gamma^{(1)})$$
$$U^{(2)} = A^{(2)} \sin(\alpha - \gamma^{(1)})$$
$$U^{(3)} = A^{(3)} \sin(\alpha - \gamma^{(1)})$$
. . . .

so ist die Hauptresultante, nach §. 41.

$$17) \quad \int(U) = \int(A) \sin(\alpha - \gamma^{(1)}), \quad \text{wo } \int(A) = A^{(1)} + A^{(2)} + A^{(3)} + \text{ etc. ist.}$$

§. 50. Haben die componirenden Systeme gleiche Intensität und bilden ihre gleichzeitigen Phasen eine arithmetische Reihe

$$\alpha - \gamma^{(1)},\ \alpha - \gamma^{(1)} - \varepsilon,\ \alpha - \gamma^{(1)} - 2\varepsilon,\ \ldots\ldots\ \alpha - \gamma^{(1)} - n\varepsilon,$$

so können die Cosinus und Sinus, woraus die Coëfficienten $\int(a)$ und $\int(b)$ (§. 48. 16.) zusammengesetzt sind, mit Hilfe der Formeln

$$18) \left\{ \begin{array}{l} \cos x + \cos(x+y) + \cos(x+2y) + \cdots + \cos(x+ny) = \frac{\sin(n+1)\frac{1}{2}y}{\sin\frac{1}{2}y} \cos(x + \frac{n}{2}y) \\ \sin x + \sin(x+y) + \sin(x+2y) + \cdots + \sin(x+ny) = \frac{\sin(n+1)\frac{1}{2}y}{\sin\frac{1}{2}y} \sin(x + \frac{n}{2}y) \end{array} \right.$$

wirklich summirt werden, und man erhält

$$19)\left\{\begin{aligned} & f(a)=A^{(1)}\left(\cos\gamma^{(1)}+\cos(\gamma^{(1)}+\varepsilon)+\cos(\gamma^{(1)}+2\varepsilon)+\ldots+\cos(\gamma^{(1)}+n\varepsilon)\right) \\ & \quad =A^{(1)}\frac{\sin(n+1)\frac{1}{2}\varepsilon}{\sin\frac{1}{2}\varepsilon}\cos(\gamma^{(1)}+\frac{n}{2}\varepsilon) \\ & f(b)=A^{(1)}\left(\sin\gamma^{(1)}+\sin(\gamma^{(1)}+\varepsilon)+\sin(\gamma^{(1)}+2\varepsilon)+\ldots+\sin(\gamma^{(1)}+n\varepsilon)\right) \\ & \quad =A^{(1)}\frac{\sin(n+1)\frac{1}{2}\varepsilon}{\sin\frac{1}{2}\varepsilon}\sin(\gamma^{(1)}+\frac{n}{2}\varepsilon) \\ & \quad \text{Also} \\ & (A)=A^{(1)}\frac{\sin(n+1)\frac{1}{2}\varepsilon}{\sin\frac{1}{2}\varepsilon},\quad \text{tang}\, i=\text{tang}(\gamma^{(1)}\mp\frac{n}{2}\varepsilon),\quad i=(\gamma^{(1)}+\frac{n}{2}\varepsilon)\quad \text{und} \\ & f(U)=A^{(1)}\frac{\sin(n+1)\frac{1}{2}\varepsilon}{\sin\frac{1}{2}\varepsilon}\sin(\alpha-\gamma^{(1)}-\frac{n}{2}\varepsilon).\quad \text{(Man sehe } \textit{Fig. 16.)} \end{aligned}\right.$$

§. 51. Die letzte Resultante

$$f(U)=A^{(1)}\frac{\sin(n+1)\frac{1}{2}\varepsilon}{\sin\frac{1}{2}\varepsilon}\sin(\alpha-\gamma^{(1)}-\frac{n}{2}\varepsilon)$$

können wir auch so

$$f(U)=A^{(1)}\frac{\sin(n+1)\frac{1}{2}\varepsilon}{\sin\frac{1}{2}\varepsilon}\sin(\alpha-\gamma^{(1)}+\tfrac{1}{2}\varepsilon-(n+1)\tfrac{1}{2}\varepsilon)$$

schreiben, und anstatt derselben nach §. 44. (13.)

$$20)\quad f(U)=\frac{A^{(1)}}{2\sin\frac{1}{2}\varepsilon}\sin(\alpha-\gamma^{(1)}+\tfrac{1}{2}\varepsilon-\tfrac{1}{2}\pi)-\frac{A^{(1)}}{2\sin\frac{1}{2}\varepsilon}\sin(\alpha-\gamma^{(1)}+\tfrac{1}{2}\varepsilon-\tfrac{1}{2}\pi-(n+1)\varepsilon)$$

setzen, worin die beiden Componenten gleiche Intensität besitzen, und nur in ihren Phasen von einander verschieden sind.

§. 52. Haben die componirenden Systeme die Form

$$U^{(1)}=A\sin a^{(1)}\sin(\alpha-\gamma^{(1)}),$$
$$U^{(2)}=A\sin a^{(2)}\sin(\alpha-\gamma^{(2)}),$$
$$U^{(3)}=A\sin a^{(3)}\sin(\alpha-\gamma^{(3)}),\ \text{etc.}$$

und bilden die Grössen

$a^{(1)}, a^{(2)}, a^{(3)}$ und

$\gamma^{(1)}, \gamma^{(2)}, \gamma^{(3)}$

arithmetische Reihen, deren Differenzen δ und ε sind, so zerlege man wie in §. 47. ein jedes dieser Systeme in zwey andere nach den Richtungen α und $\alpha-\frac{1}{2}\pi$;

es wird alsdann

$$f(a) = A \sin a^{(1)} \cos \gamma^{(1)} + A \sin a^{(2)} \cos \gamma^{(2)} + A \sin a^{(3)} \cos \gamma^{(3)} + \text{ etc.}$$

$$f(b) = A \sin a^{(1)} \sin \gamma^{(1)} + A \sin a^{(2)} \sin \gamma^{(2)} + A \sin a^{(3)} \sin \gamma^{(3)} + \text{ etc.}$$

Nun ist allgemein

$$21) \begin{cases} \sin a \cos \gamma = + \tfrac{1}{2} \sin(\gamma + a) - \tfrac{1}{2} \sin(\gamma - a) \text{ und} \\ \sin a \sin \gamma = - \tfrac{1}{2} \cos(\gamma + a) + \tfrac{1}{2} \cos(\gamma - a), \end{cases}$$

folglich

$$f(a) = \tfrac{1}{2} A + \left([\sin(\gamma^{(1)} + a^{(1)}) + \sin(\gamma^{(2)} + a^{(2)}) + \text{etc.}] - [\sin(\gamma^{(1)} - a^{(1)}) + \sin(\gamma^{(2)} - a^{(2)}) + \text{etc.}] \right)$$

$$f(b) = \tfrac{1}{2} A - \left([\cos(\gamma^{(1)} + a^{(1)}) + \cos(\gamma^{(2)} + a^{(2)}) + \text{etc.}] + [\cos(\gamma^{(1)} - a^{(1)}) + \cos(\gamma^{(2)} - a^{(2)}) + \text{etc.}] \right)$$

Da nun, wie vorausgesetzt wurde, $\gamma^{(1)}, \gamma^{(2)} \ldots a^{(1)}, a^{(2)} \ldots$ arithmetische Reihen bilden, so bilden auch ihre Summen und Differenzen arithmetische Reihen und es ist daher, wenn $m+1$ Systeme vorhanden sind, nach §. 50. (18.)

$$22) \begin{cases} f(a) = \tfrac{1}{2} A \Big[\frac{\sin(m+1)\frac{1}{2}(\varepsilon+\delta)}{\sin\frac{1}{2}(\varepsilon+\delta)} \sin\left(\gamma^{(1)} + a^{(1)} + \frac{m}{2}(\varepsilon+\delta)\right) \\ \qquad - \frac{\sin(m+1)\frac{1}{2}(\varepsilon-\delta)}{\sin\frac{1}{2}(\varepsilon-\delta)} \sin\left(\gamma^{(1)} - a^{(1)} + \frac{m}{2}(\varepsilon-\delta)\right) \Big] \\ f(b) = \tfrac{1}{2} A \Big[- \frac{\sin(m+1)\frac{1}{2}(\varepsilon+\delta)}{\sin\frac{1}{2}(\varepsilon+\delta)} \cos\left(\gamma^{(1)} + a^{(1)} + \frac{m}{2}(\varepsilon+\delta)\right) \\ \qquad + \frac{\sin(m+1)\frac{1}{2}(\varepsilon-\delta)}{\sin\frac{1}{2}(\varepsilon-\delta)} \cos\left(\gamma^{(1)} - a^{(1)} + \frac{m}{2}(\varepsilon-\delta)\right) \Big] \\ (A)^2 = (\tfrac{1}{2} A)^2 \Big[\left(\frac{\sin(m+1)\frac{1}{2}(\varepsilon+\delta)}{\sin\frac{1}{2}(\varepsilon+\delta)} \right)^2 + \left(\frac{\sin(m+1)\frac{1}{2}(\varepsilon-\delta)}{\sin\frac{1}{2}(\varepsilon-\delta)} \right)^2 \\ \qquad - 2 \frac{\sin(m+1)\frac{1}{2}(\varepsilon+\delta)}{\sin\frac{1}{2}(\varepsilon+\delta)} \times \frac{\sin(m+1)\frac{1}{2}(\varepsilon-\delta)}{\sin\frac{1}{2}(\varepsilon-\delta)} \cos(2a^{(1)} + m\delta) \Big] \\ f(U) = (A) \sin(\alpha - i), \text{ und } \operatorname{tang} i = \frac{f(b)}{f(a)}. \end{cases}$$

ERSTE ABTHEILUNG.

Bestimmung der Erscheinungen, welche ein homogener Lichtpunkt zeigt, wenn man denselben durch eine parallelogrammartige, dreieckige oder kreisrunde Oeffnung betrachtet.

Wir kommen nun zur Anwendung der vorhergehenden Lehrsätze und wollen den Anfang machen mit der Erklärung von einigen der einfachsten Diffractionsphänomene.

I. Bestimmung der Erscheinung, welche ein homogener Lichtpunkt zeigt, wenn man denselben durch einen Spalt betrachtet.

§. 53. Ich setze voraus

1) dass man den Schirm, durch dessen Spalt der leuchtende Punkt betrachtet wird, entweder vor das Objektiv eines achromatischen Fernrohrs, oder unmittelbar vor das Auge halte;

2) dass der leuchtende Punkt von dem Beobachter unendlich weit entfernt sey, damit alle von demselben auf den Schirm gesendeten Strahlen als unter sich parallel angesehen werden können;

3) dass der leuchtende Punkt einfach sey, das Licht desselben also einem und demselben Wellensysteme angehöre, oder mit andern Worten, dass dieses Licht vollkommen homogen und nach derselben Richtung polarisirt sey;

4) dass das Auge des Beobachters fernsichtig, oder mit einem passenden Augenglase bewaffnet sey, damit sich die parallel auf dasselbe fallenden Strahlen genau auf der Netzhaut vereinigen.

Es ist leicht einzusehen, dass das Fernrohr zur Hervorbringung der Erscheinung wesentlich nichts beiträgt; allein die Dienste, die es leistet, sind dem Beobachter von unschätzbarem Werthe, weil es die Erscheinungen auf der Netzhaut vergrössert dieselben genau messbar macht und den Vortheil gewährt, Schirme mit grossen Oeffnungen zuzulassen, welche leichter verfertigt werden hönnen und welche die Erscheinungen lichtvoller darstellen. Es sey SA, $S'A'$ (*Fig. 17.*) der auf den Schirm fallende Strahlenbündel, den wir horizontal und von

Süden nach Norden gehend annehmen wollen. MN sey der horizontale Durchschnitt des Schirms, dessen Ebene vertikal stehe, aber seitwärts gegen die einfallenden Strahlen geneigt sey; AT, $A'T'$ sey der horizontal gebeugte Strahlenbündel, mit dessen Untersuchung wir uns hier beschäftigen. Die Achse des Auges oder die des Fernrohrs sey genau auf den Lichtpunkt gerichtet und durchschneide die Ebene des Schirms in dem Punkte N, den wir den optischen Mittelpunkt des Schirms nennen wollen.

Legen wir durch den ersten vertikalen Rand der Oeffnung, dessen Projektion A ist, eine Ebene senkrecht auf die einfallenden und eine andere senkrecht auf die gebeugten Strahlen, und denken wir uns durch den Punkt N eine dritte Ebene mit der zweiten parallel, so werden Af, Ag, NL die horizontalen Projektionen dieser Ebenen vorstellen.

Bezeichnen wir die Breite der Oeffnung AA' mit γ, die Höhe derselben mit h, die Winkel $A'Af$ und $A'Ag$, welche die Ebene des Schirms mit der Normalebene der einfallenden und der gebeugten Strahlen bildet, durch χ und ψ und den Beugungswinkel $fAg = HAT$ mit ϑ, so ist $\vartheta = \psi - \chi$.

Denken wir uns nun die rechtwinkliche Oeffnung zuerst in unendlich viele horizontale Streifen von gleicher Höhe getheilt und bezeichnen wir ihre Anzahl mit $m+1$ und ihre Höhe mit dh, so dass $(m+1)dh = h$ ist. Theilen wir ferner einen jeden dieser Streifen wieder in unendlich viele Elementartheilchen von gleicher Breite und bezeichnen wir ihre Anzahl mit $n+1$ und ihre Breite mit $d\gamma$, so dass $(n+1)d\gamma = \gamma$ ist, und bezeichnen wir endlich die Entfernungen des optischen Mittelpunktes N von der Lichtquelle und von dem nächsten Rande der Oeffnung mit x und mit β, so sind die Entfernungen der beiden Ränder A und A' von der Lichtquelle

$$x - \beta \sin\chi \quad \text{und} \quad x - (\beta + \gamma) \sin\chi$$

und die Entfernungen der Mittelpunkte der $n+1$ Elementartheilchen eines jeden horizontalen Streifens von derselben Lichtquelle sind nach der Ordnung von A gegen A' gerechnet

$$x - \beta\sin\chi - \tfrac{1}{2}d\gamma\sin\chi,$$
$$x - \beta\sin\chi - \tfrac{1}{2}d\gamma\sin\chi - d\gamma\sin\chi,$$
$$x - \beta\sin\chi - \tfrac{1}{2}d\gamma\sin\chi - 2d\gamma\sin\chi,$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots$$
$$x - \beta\sin\chi - \tfrac{1}{2}d\gamma\sin\chi - n\,d\gamma\sin\chi.$$

Die Oscillationsgeschwindigkeiten der in diesen Punkten befindlichen Aethertheilchen werden also seyn

$$U^{(1)} = A^{(1)} \sin\left[2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x - [\beta + \frac{1}{2}\,d\gamma]\sin\chi}{\lambda}\right)\right],$$

$$U^{(2)} = A^{(1)} \sin\left[2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x - [\beta + \frac{1}{2}\,d\gamma + d\gamma]\sin\chi}{\lambda}\right)\right],$$

$$U^{(3)} = A^{(1)} \sin\left[2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x - [\beta + \frac{1}{2}\,d\gamma + 2\,d\gamma]\sin\chi}{\lambda}\right)\right],$$

. . . .

$$U^{(n+1)} = A^{(1)} \sin\left[2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x - [\beta + \frac{1}{2}\,d\gamma + n\,d\gamma]\sin\chi}{\lambda}\right)\right],$$

wo $A^{(1)}$ die Vibrationsintensität eines jeden Aethertheilchens ausdrückt.

Betrachten wir nach dem Huyghens'schen Princip diese Aethertheilchen als eben so viele neue Vibrationsmittelpunkte, welche die erhaltenen Oscillationen in jeder Richtung, also auch in der Richtung der gebeugten Strahlen weiter verbreiten, und bedenken wir, dass die Entfernungen dieser Punkte von der Normalebene *NL* nach der Ordnung

$$\beta \sin\psi + \tfrac{1}{2}\,d\gamma \sin\psi,$$

$$\beta \sin\psi + \tfrac{1}{2}\,d\gamma \sin\psi + d\gamma \sin\psi,$$

$$\beta \sin\psi + \tfrac{1}{2}\,d\gamma \sin\psi + 2\,d\gamma \sin\psi,$$

. . . .

$$\beta \sin\psi + \tfrac{1}{2}\,d\gamma \sin\psi + n\,d\gamma \sin\psi$$

sind, so erhalten wir für die Aethertheilchen, welche sich in der Richtung der gebeugten Strahlen auf der Ebene *NL* befinden, die folgenden Oscillationsgeschwindigkeiten

$$U_{(1)} = A^{(1)} \sin\left[2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x - [\beta + \frac{1}{2}\,d\gamma]\sin\chi}{\lambda} - \frac{[\beta + \frac{1}{2}\,d\gamma]\sin\psi}{\lambda}\right)\right],$$

$$U_{(2)} = A^{(1)} \sin\left[2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x - [\beta + \frac{1}{2}\,d\gamma + d\gamma]\sin\chi}{\lambda} - \frac{[\beta + \frac{1}{2}\,d\gamma + d\gamma]\sin\psi}{\lambda}\right)\right],$$

$$U_{(3)} = A^{(1)} \sin\left[2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x - [\beta + \frac{1}{2}\,d\gamma + 2\,d\gamma]\sin\chi}{\lambda} - \frac{[\beta + \frac{1}{2}\,d\gamma + 2\,d\gamma]\sin\psi}{\lambda}\right)\right],$$

. . . .

$$U_{(n+1)} = A^{(1)} \sin\left[2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x - [\beta + \frac{1}{2}\,d\gamma + n\,d\gamma]\sin\chi}{\lambda} - \frac{[\beta + \frac{1}{2}\,d\gamma + n\,d\gamma]\sin\psi}{\lambda}\right)\right].$$

Da die Intensitäten dieser Strahlen einander gleich sind, selbst wenn die Intensität der Oscillationen seitwärts von der ursprünglichen Fortpflanzungsrichtung in irgend einem Verhältnisse abnimmt, und da die

Phasen derselben eine arithmetische Reihe bilden, worin das erste Glied $2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}-\frac{(\beta+\frac{1}{2}d\gamma)(\sin\psi-\sin\chi)}{\lambda}\right)$, und die Differenz der Glieder $-2\pi\left(\frac{d\gamma(\sin\psi-\sin\chi)}{\lambda}\right)$ ist, so ergibt sich, wenn wir diese beiden Grössen mit $\alpha-\gamma^{(1)}$ und mit $-\varepsilon$ bezeichnen und die Intensität $A^{(1)}$ unverändert lassen, durch Zerlegung und Wiederzusammensetzung nach §. 50. (19.), als Resultante

$$\int(U)=\frac{A^{(1)}\sin[(n+1)\pi d\gamma(\sin\psi-\sin\chi)\lambda^{-1}]}{\sin[\pi d\gamma(\sin\psi-\sin\chi)\lambda^{-1}]}\times\sin\left[2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}-\frac{(\beta+\frac{1}{2}(n+1)d\gamma)(\sin\psi-\sin\chi)}{\lambda}\right)\right]$$

worin λ^{-1} anstatt $\frac{1}{\lambda}$ steht. Ersetzen wir in diesem Ausdruck $(n+1)d\gamma$ durch γ, $d\gamma$ durch $\frac{\gamma}{n+1}$ und den Sinus des unendlich kleinen Winkels $\pi d\gamma(\sin\psi-\sin\chi)\lambda^{-1}$ durch seinen Bogen, so wird

$$\int(U)=(n+1)A^{(1)}.\frac{\sin[\pi\gamma(\sin\psi-\sin\chi)\lambda^{-1}]}{[\pi\gamma(\sin\psi-\sin\chi)\lambda^{-1}]}.\sin\left[2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}-\frac{(\beta+\frac{1}{2}\gamma)(\sin\psi-\sin\chi)}{\lambda}\right)\right].$$

Dieser Ausdruck gilt offenbar für einen jeden der $m+1$ horizontalen Streifen; für alle diese Streifen zusammen oder für die ganze Oeffnung des Schirms ist daher die Hauptresultante, nach §. 49. (17.)

$$\int\int(U)=(m+1)\int(U)$$
$$=(m+1)(n+1)A^{(1)}.\frac{\sin[\pi\gamma(\sin\psi-\sin\chi)\lambda^{-1}]}{[\pi\gamma(\sin\psi-\sin\chi)\lambda^{-1}]}.\sin\left[2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}-\frac{(\frac{1}{2}\beta+\gamma)(\sin\psi-\sin\chi)}{\lambda}\right)\right],$$

die Vibrationsintensität $(A)=(m+1)(n+1)A^{(1)}.\left(\frac{\sin[\pi\gamma(\sin\psi-\sin\chi)\lambda^{-1}]}{[\pi\gamma(\sin\psi-\sin\chi)\lambda^{-1}]}\right)$

und die Stärke des Lichteindrucks oder die Intensität des Lichts des ganzen gebeugten Lichtbündels, welche nach §. 23. dem Quadrat der Vibrationsintensität proportional ist,

$$(A)^2=\left((m+1)(n+1)A^{(1)}\right)^2.\left(\frac{\sin[\pi\gamma(\sin\psi-\sin\chi)\lambda^{-1}]}{[\pi\gamma(\sin\psi-\sin\chi)\lambda^{-1}]}\right)^2,$$

Bezeichnen wir mit A die Vibrationsintensität des ungebeugten Lichtbündels, welcher durch die ganze Oeffnung des Schirms hindurch geht, wenn man die Ebene des Schirms senkrecht auf die Strahlen hält, so ist $A\cos\chi$ die Vibrationsintensität desjenigen Lichtbündels, welcher unter dem Einfallswinkel χ durch dieselbe Oeffnung ungebeugt hindurch gehen kann. Diese letzte Grösse ist aber auch, wie man

leicht einsieht, $=(m+1)(n+1)A^{(1)}$. Ersetzen wir daher in den vorhergehenden Gleichungen

$(m+1)(n+1)A^{(1)}$ durch $A\cos\chi$,

so erhalten wir als Endresultate

$$23)\quad\begin{cases} \iint(U)=A\cos\chi.\dfrac{\sin[\pi\gamma(\sin\psi-\sin\chi)\lambda^{-1}]}{[\pi\gamma(\sin\psi-\sin\chi)\lambda^{-1}]}\sin\left[2\pi\left(\dfrac{t}{T}-\dfrac{x}{\lambda}-\dfrac{(\beta+\frac{1}{2}\gamma)(\sin\psi-\sin\chi)}{\lambda}\right)\right] \\ (A)=(A\cos\chi).\dfrac{\sin[\pi\gamma(\sin\psi-\sin\chi)\lambda^{-1}]}{[\pi\gamma(\sin\psi-\sin\chi)\lambda^{-1}]}. \\ (A)^2=(A\cos\chi)^2.\left(\dfrac{\sin[\pi\gamma(\sin\psi-\sin\chi)\lambda^{-1}]}{[\pi\gamma(\sin\psi-\sin\chi)\lambda^{-1}]}\right)^2 \end{cases}$$

Wollten wir die Oscillationsgeschwindigkeit des gebeugten Lichtbündels in der Brennweite des Fernrohrs wissen, so dürften wir nur die Zeit, welche die Aetherwellen gebrauchen, um ihre Schwingungen von dem Punkte N oder von der Ebene NL bis zum Brennpunkte des Objectivs fortzupflanzen, mit $t^{(1)}$ bezeichnen, und in die vorhergehenden Ausdrücke $t-t^{(1)}$ anstatt t setzen. Auch müsste A noch mit einem Coëfficienten multiplizirt werden, welcher die Verminderung des Lichts durch das Objektiv ausdrückte. Nach einer ähnlichen Substitution würden die obigen Ausdrücke auch für die Schwingungen des Lichtbündels auf der Netzhaut gelten. Diese Substitutionen können wir aber füglich unterlassen, da wir nicht im Stande sind, die absolute Grösse der Lichtvibrationen zu erfahren, und da es uns auch nur darum zu thun ist, das Verhältniss dieser Vibrationen zwischen dem gebeugten und ungebeugten Lichte kennen zu lernen.

§. 54. Wir wollen nun den Inhalt der vorhergehenden Ausdrücke näher untersuchen und zwar zuerst für den Fall, in welchem die direkten Strahlen senkrecht auf der Ebene des Schirms stehen.

Unter dieser Voraussetzung ist $\chi=0$, $\psi=\vartheta$, $\sin\psi-\sin\chi=\sin\vartheta$ und die Gleichungen für die Hauptresultante, die Vibrationsintensität und die Stärke des gebeugten Lichts werden

$$24)\quad\begin{cases} \iint(U)=A.\dfrac{\sin[\pi\gamma\sin\psi\lambda^{-1}]}{[\pi\gamma\sin\psi\lambda^{-1}]}.\sin\left[2\pi\left(\dfrac{t}{T}-\dfrac{x}{\lambda}-\dfrac{(\beta+\frac{1}{2}\gamma)\sin\psi}{\lambda}\right)\right] \\ (A)=A.\dfrac{\sin[\pi\gamma\sin\psi\lambda^{-1}]}{[\pi\gamma\sin\psi\lambda^{-1}]} \quad\text{und}\quad (A)^2=\left(A.\dfrac{\sin[\pi\gamma\sin\psi\lambda^{-1}]}{[\pi\gamma\sin\psi\lambda^{-1}]}\right)^2. \end{cases}$$

Bezeichnen wir der Kürze wegen die Bögen

24. b.) $2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)$ mit α, $2\pi\gamma\sin\psi\lambda^{-1}$ mit $\gamma_{,}$, und $2\pi\beta\sin\psi\lambda^{-1}$ mit $\beta_{,}$,

so werden die obigen Ausdrücke

$$\int\int(U)=A.\frac{\sin\frac{1}{2}\gamma_{,}}{\frac{1}{2}\gamma_{,}}\sin(\alpha-\beta_{,}-\tfrac{1}{2}\gamma_{,})$$

$$(A)=A\,\frac{\sin\frac{1}{2}\gamma_{,}}{\frac{1}{2}\gamma_{,}} \quad \text{und} \quad (A)^2=\left(A.\frac{\sin\frac{1}{2}\gamma_{,}}{\frac{1}{2}\gamma_{,}}\right)^2$$

Nehmen wir die Intensität des ungebeugten Lichtbündels zur Einheit d. ist $A^2=1$, so wird

25) $(A)=\frac{\sin[\pi\gamma\sin\psi\lambda^{-1}]}{[\pi\gamma\sin\psi\lambda^{-1}]}=\frac{\sin\frac{1}{2}\gamma_{,}}{\frac{1}{2}\gamma_{,}}$ und $(A)^2=\left(\frac{\sin[\pi\gamma\sin\psi\lambda^{-1}]}{[\pi\gamma\sin\psi\lambda^{-1}]}\right)^2=\left(\frac{\sin\frac{1}{2}\gamma_{,}}{\frac{1}{2}\gamma_{,}}\right)^2$

Die Vibrationsintensität des gebeugten Lichtbündels wird also vorgestellt durch den Sinus des Bogens $[\pi\gamma\sin\psi\lambda^{-1}]$ dividirt durch diesen Bogen, und die Lichtstärke des gebeugten Lichtbündels wird vorgestellt durch das Quadrat dieses Quotienten.

§. 55. Die Tabelle I. am Ende gegenwärtiger Abhandlung enthält die numerischen Werthe dieser Ausdrücke für einen jeden Werth des Bogens $[\pi\gamma\sin\psi\lambda^{-1}]$ von 15 zu 15 Graden, und in *Fig. 19.* sind diese Werthe graphisch dargestellt. Der Punkt *o* bezeichnet die Mitte der Erscheinung, die von diesem Punkte rechts und links genommenen Abscissen repräsentiren die Bögen $[\pi\gamma\sin\psi\lambda^{-1}]$, und die entsprechenden Ordinaten stellen die Grösse der Quotienten

$$(A)=\left(\frac{\sin[\pi\gamma\sin\psi\lambda^{-1}]}{[\pi\gamma\sin\psi\lambda^{-1}]}\right) \quad \text{und} \quad (A)^2=\left(\frac{\sin[\pi\gamma\sin\psi\lambda^{-1}]}{[\pi\gamma\sin\psi\lambda^{-1}]}\right)^2 \text{dar.}$$

§. 56. Setzen wir $\psi=o$, so wird $\pi\gamma\sin\psi\lambda^{-1}=o$, $(A)=1$, und $(A)^2=1$, weil der Sinus eines unendlich kleinen Bogens dem Bogen selbst gleich ist, und dieses ist die Intensität des ungebeugten Lichts im Mittelpunkte der Erscheinung, eine Grösse, welche wir schon oben zur Einheit angenommen haben.

§. 57. (A) und $(A)^2$ werden gleich Null, wenn der Zähler des Bruchs $\frac{\sin[\pi\gamma\sin\psi\lambda^{-1}]}{[\pi\gamma\sin\psi\lambda^{-1}]}$ Null wird, ohne dass auch zugleich der Nenner

verschwindet, und dieses geschieht, wenn der Bogen $\pi\gamma \sin\psi\lambda^{-1} = \pm m\pi$ ist, nämlich in den Punkten $2, 4, 6, \ldots -2, -4, -6, \ldots$ der Figur.

Die Gleichung $\pi\gamma \sin\psi\lambda^{-1} = \pm m\pi$ gibt

26) $$\gamma \sin\psi = \pm m\lambda$$

$\gamma \sin\vartheta$ ist aber, wie man aus *Fig. 18.* sieht, dem Gangunterschied der Randstrahlen $A'g$ gleich; die Intensität des gebeugten Lichtbündels ist daher Null, wenn der Gangunterschied der Randstrahlen einer ganzen Anzahl von Wellenlängen gleich ist.

Aus der Bedingungsgleichung $\frac{\pi\gamma \sin\psi}{\lambda} = \pm m\pi$ ergibt sich ferner

27) $$\sin\psi = \pm \frac{m\lambda}{\gamma}$$

woraus die den dunkeln Stellen entsprechenden Beugungswinkel leicht berechnet werden können.

§. 58. Um diese Winkel durch Construktion zu erhalten, dürfte man nur, wie in *Fig. 20.* in vergrössertem Maasstabe um die Breite AA' des Spaltes, als Durchmesser, einen Kreis beschreiben, von A', als Mittelpunkt, mit Radien $A'(\lambda)$, $A'(2\lambda) \ldots$ welche einer, zwei.... Wellenlängen gleich sind, Bögen beschreiben und die Durchschnittspunkte $g^{(1)}, g^{(2)}, \ldots g^{(-1)}, g^{(-2)}, \ldots$ mit A verbinden. Die Winkel $AAg^{(1)}$, $A'Ag^{(2)} \ldots A'Ag^{(-1)}$, $A'A^{-2)}, \ldots$ wären alsdann die gesuchten Beugungswinkel $\psi^{(1)}, \psi^{(2)}, \ldots \psi^{(-1)}, \psi^{(-2)} \ldots$

§. 59. Oder man verfahre lieber auf folgende Weise:

Man beschreibe mit einem Radius $CA = 1$ (*Fig. 21.*) auf der Projektion BCB' der Schirmfläche einen Halbkreis BAB', nehme links und rechts von dem Mittelpunkte die Entfernungen

$$C+2 = C-2 = \frac{\lambda}{\gamma}, \quad C+4 = C-4 = \frac{2\lambda}{\gamma}, \quad C+6 = C-6 = \frac{3\lambda}{\gamma} \ldots,$$

errichte alsdann auf BB' die Senkrechten

$$CA, \; 2\psi^{(1)}, \; 4\psi^{(2)}, \; 6\psi^{(3)} \ldots \quad -2\psi^{(-1)}, \; -4\psi^{(-2)}, \; -6\psi^{(-3)} \ldots$$

und ziehe

$$C\psi^{(1)}, \; C\psi^{(2)}, \; C\psi^{(3)} \ldots \quad C\psi^{(-1)}, \; C\psi^{(-2)}, \; C\psi^{(-3)} \ldots$$

so sind die Winkel

$$AC\psi^{(1)}, AC\psi^{(2)}, AC\psi^{(3)} \ldots \quad AC\psi^{(-1)}, AC\psi^{(-2)}, AC\psi^{(-3)} \ldots$$

die gesuchten Beugungswinkel für die dunkeln Stellen

§. 60. Ist die Breite des Spaltes in Vergleich mit der Länge einer Lichtwelle sehr gross, so ist $\frac{\lambda}{\gamma}$ ein sehr kleiner Bruch, die Beugungswinkel ψ, welche den Werthen $\sin\psi = \pm\frac{m\lambda}{\gamma}$ entsprechen, sind daher auch sehr kleine Brüche und man kann deswegen in diesem Falle die Bögen ψ anstatt ihrer Sinus setzen, wodurch die Gleichung $\sin\psi = \pm\frac{m\lambda}{\gamma}$ sich in die folgende verwandelt

28) $$\psi = \pm\frac{m\lambda}{\gamma}.$$

§. 61. Der Ausdruck $\sin\psi = \pm\frac{m\lambda}{\gamma}$ lehrt uns ferner, dass die Sinus der Beugungswinkel, welche den dunkeln Stellen entsprechen, in direktem Verhältnisse stehen mit der Länge einer Lichtwelle und in verkehrtem mit der Breite des Spaltes, dass also längere Lichtwellen oder engere Spalte breitere Spektra erzeugen.

§. 62. Für einen Werth von γ, der kleiner wäre, als die Länge einer Lichtwelle, würde $\sin\psi > 1$, folglich ψ unmöglich; durch einen so feinen Spalt würde also das mittlere Spektrum eine unbegrenzte Breite erhalten.

§. 63. Setzen wir $\pi\gamma\sin\psi\lambda^{-1} = \pm(2m\pm\frac{1}{2})\pi$, so wird $\sin[\pi\gamma\sin\psi\lambda^{-1}] = \pm 1$

29) $$(A) = \frac{\pm 1}{(2m\pm\frac{1}{2})\pi} \quad \text{und} \quad (A)^2 = \left(\frac{1}{(2m\pm\frac{1}{2})\pi}\right)^2$$

Diese Werthe entsprechen den Punkten

$\pm 1, \quad \pm 3, \quad \pm 5, \quad \pm 7, \quad \pm 9, \quad \pm 11 \ldots.$

und sind

$$(A) = +\frac{1}{\frac{1}{2}\pi},\ -\tfrac{1}{3}\cdot\frac{1}{\frac{1}{2}\pi},\ +\tfrac{1}{5}\cdot\frac{1}{\frac{1}{2}\pi},\ -\tfrac{1}{7}\cdot\frac{1}{\frac{1}{2}\pi},\ +\tfrac{1}{9}\cdot\frac{1}{\frac{1}{2}\pi},\ -\tfrac{1}{11}\cdot\frac{1}{\frac{1}{2}\pi}\cdots$$

$$(A)^2 = \left(\frac{1}{\frac{1}{2}\pi}\right)^2,\ \tfrac{1}{9}\cdot\left(\frac{1}{\frac{1}{2}\pi}\right)^2,\ \tfrac{1}{25}\cdot\left(\frac{1}{\frac{1}{2}\pi}\right)^2,\ \tfrac{1}{49}\cdot\left(\frac{1}{\frac{1}{2}\pi}\right)^2,\ \tfrac{1}{81}\cdot\left(\frac{1}{\frac{1}{2}\pi}\right)^2,\ \tfrac{1}{121}\cdot\left(\frac{1}{\frac{1}{2}\pi}\right)^2\cdots$$

Die Bedingungsgleichung $\pi\gamma\sin\psi = \pm(2m+\frac{1}{2})\pi$ gibt

30) $$\gamma\sin\psi = \pm(2m\pm\tfrac{1}{2})\lambda = \pm(4m\pm 1)\tfrac{1}{2}\lambda.$$

Man sieht hieraus, dass in den Punkten 1, 3, 5, 7, 9, 11... der Gangunterschied der Randstrahlen einer ungeraden Anzahl von halben Wellenlängen gleich ist, und dass in diesen Punkten die Intensitäten des Lichts sich umgekehrt verhalten wie die Quadrate der ungeraden natürlichen Zahlen.

Die Punkte 3, 5, 7, 9, 11..., welche in der Mitte zwischen den dunkeln Stellen 2, 4, 6, 8, 10.... liegen, entsprechen, wie man schon aus der Figur sieht, nicht genau den grössten Werthen der Intensität in den Spektern, sondern diese Maxima neigen sich etwas gegen die Mitte des Bildes hin, und zwar um so mehr, je weniger das Spektrum von der Mitte entfernt ist. Die Rechnung zeigt, dass dieser Unterschied bei dem ersten Seitenspektrum $12^1/_2$ und bei dem zweiten noch $7^1/_2$ Grade des Umfangs beträgt.

§. 64. Ist die Lage eines beliebigen isolirten Punktes durch seine scheinbare Entfernung von der Mitte des Bildes, nämlich durch den Winkel ψ, gegeben, so können wir leicht mit Hilfe des Ausdruckes

$$(A)^2 = \left(\frac{\sin[\pi\gamma\sin\psi\,\lambda^{-1}]}{[\pi\gamma\sin\psi\,\lambda^{-1}]}\right)^2$$

die Intensität des Lichts bestimmen (die Intensität in der Mitte des Bildes gleich 1 gesetzt.)

§. 65. Will man aus dem Beugungswinkel, welcher den dunkeln Stellen entspricht, die Länge einer Lichtwelle ableiten, so darf man nur aus der Gleichung

31) $$\lambda = \frac{\pm\gamma\sin\psi}{m}$$

den Werth von λ berechnen.

§. 66. Die beiden Hauptgesetze, dass sich nämlich alles durch die Oeffnung gehende Licht gegenseitig zerstört, wenn der Gangunterschied der Randstrahlen einer ganzen Anzahl von Wellenlängen gleich ist, und dass, bei einem Gangunterschiede der Randstrahlen von einer ungeraden Anzahl von halben Wellenlängen, die Vibrationsintensitäten sich umgekehrt verhalten, wie die ungeraden Zahlen 1, 3, 5, 7, 9 etc., können sehr leicht auf folgende Weise geometrisch nachgewiesen werden.

Wenn das Licht von einem unendlich entfernten Punkte senkrecht auf die Ebene des Schirms fällt, so sind die Oscillationsgeschwindigkeiten, welche gleichzeitig den in dem Spalte befindlichen Aethertheilchen mitgetheilt werden, einander gleich, und alle diese Theilchen können nach dem Huyghens'schen Princip als eben so viele selbstleuchtende Punkte angesehen werden, welche alle auf vollkommen gleiche Weise oscilliren.

Untersuchen wir nun die Wirkung, welche die von diesen Aethertheilchen ausgehenden Wellensysteme in einem unendlich entfernten Aethertheilchen hervorbringen, so finden wir, dass in einer auf der Ebene des Schirms senkrechten Richtung alle Wellensysteme denselben Gang haben, und sich daher in dem unendlich entfernten Vereinigungspunkte zu einem Maximum verstärken. (*Fig.* 22.)

Ist der Gangunterschied der Randstrahlen einer halben Wellenlänge gleich, wie in *Fig.* 23., so zerstören sich zwar die Randstrahlen, allein alle übrigen bilden eine gewisse Resultante, deren Vibrationsintensität ich mit a bezeichnen will.

Ist der Gangunterschied der Randstrahlen zwei halben Wellenlängen gleich, wie in *Fig.* 24., so kann man sich die Breite der Oeffnung in 2 gleiche Theile getheilt denken. Der Lichtstrahl des ersten Elements in der ersten Hälfte wird alsdann mit dem Lichtstrahle des ersten Elements in der zweiten Hälfte entgegengesetzten Gang haben, beide werden sich daher gegenseitig zerstören. Derselbe Gegensatz findet durchgängig zwischen jedem folgenden Paare statt, die Zerstörung ist daher vollständig.

Sind die Randstrahlen um 3 halbe Wellenlängen in ihrem Gange verschieden, wie in *Fig.* 25., so ist zwischen den entsprechenden Elementen der beiden ersten Drittel vollkommener Gegensatz, also gänzliche Zerstörung, und es bleibt das letzte Drittel übrig. In diesem sind nun die äussersten Elementarstrahlen um eine halbe Wellenlänge in ihrem Gange verschieden, sie componiren sich daher, wie man leicht einsieht, auf dieselbe Art zu einer Resultante, wie der ganze Strahlenbündel in *Fig.* 23. Da aber in dem letzten Falle der zu componirende Strahlenbündel durch eine dreimal kleinere Anzahl von Lichtpunkten hervorgebracht wird, oder aus einer dreimal geringeren Anzahl von Elementarstrahlen zusammengesetzt ist, so muss die Vibrationsintensität

desselben dreimal kleiner, also $\frac{1}{3}a$, und die Lichtstärke 9mal geringer seyn.

Ist der Unterschied in dem Gange der Randstrahlen 4 halben Wellenlängen gleich, so kann man sich die Breite der Oeffnung in 4 gleiche Theile getheilt denken. Man sieht alsdann leicht ein, dass die entsprechenden Elementarstrahlen des ersten und zweiten, und auch die des dritten und vierten Theils sich gegenseitig vernichten. (*Fig. 26.*)

Bei einem Gangunterschied von 5 halben Wellenlängen zerstören sich offenbar 4 Fünftel, und Ein Fünftel componirt sich zu einer Resultante, deren Vibrationsintensität $\frac{1}{5}a$ ist. (*Fig. 27.*)

Man sieht, dass man diese Schlussfolge so weit fortsetzen kann, als man will.

§. 67. Ist das Licht nicht homogen, sondern aus mehreren farbigen Strahlen zusammengesetzt, so erzeugt jede einzelne Farbe nach denselben Gesetzen ihre Spektra, und diese Spektra erscheinen um so weniger von der Mitte des Bildes entfernt, je kleiner die entsprechende Wellenlänge der Farbe ist. Die Spektra der äussersten violetten Strahlen z. B. deren Wellenlänge $\overset{mm}{0},00037$ oder $\overset{z}{0},0000137$ par. Zoll ist, sind nur halb so weit von der Mitte entfernt, als die Spektra der äussersten rothen Strahlen, deren Wellenlänge $\overset{mm}{0},00074$ oder $\overset{z}{0},0000274$ Zoll ist. Die Spektra, welche durch zusammengesetztes Licht hervorgebracht werden, bestehen daher ebenfalls aus zusammengesetztem Lichte, und es ist auch leicht einzusehen, dass wegen der Verschiebung der Spektra die Lichtstärke an keiner Stelle vollkommen Null seyn kann, wie dieses bei homogenem Lichte Statt findet.

§. 68. Die vorhergehenden Gesetze bedürfen zwar nach Fraunhofers vortrefflichen Messungen keiner weitern Bestätigung. Da sich dieselben indessen nur auf zusammengesetztes Licht beziehen und die Zahlenwerthe, welche sich aus meinen eigenen Beobachtungen ergeben, zur Prüfung von andern Gesetzen in der Folge noch dienen können, so wird die Mittheilung derselben nicht ganz überflüssig seyn. Auch dürfte es vielleicht manchem Naturforscher angenehm seyn, die geringen Mittel kennen zu lernen, deren ich mich zu diesem Zweck bedient habe. Ich habe fast alle meine Beobachtungen bei hellem Tageslichte gemacht,

weil ich fand, dass ein verfinstertes Zimmer nicht durchaus nothwendig ist. Auch einen Heliostaten habe ich nur selten angewendet, sondern mich gewöhnlich eines Taschenuhrglases bedient, welches ich auf der inneren Seite mit einer dicken Auflösung von Asphalt bestrichen, und mit seiner convexen Seite der Sonne zugewendet hatte. Das in demselben entstehende Sonnenbildchen hat eine für alle Beobachtungen hinreichende Stärke und Kleinheit.

Zur Messung der Ablenkungswinkel diente mir der astronomische Theodolith unseres Lyceums. Ich hatte denselben in meiner kleinen Sternwarte aufgestellt, während das Uhrglas ausserhalb derselben in einer Entfernung von 10 bis 20 Schritten den Sonnenstrahlen ausgesetzt war. Die Schirme habe ich unmittelbar vor dem Objektive des Fernrohrs befestigt und die durch die Ortsveränderung des Gitters nothwendig gewordene kleine Correktion an den gemessenen Winkeln gehörig angebracht.*) Aus Mangel eines Mikroscops mit Mikrometer zur Ausmessung der Gitter habe ich mich mit dem besten Erfolge eines Mittels bedient, welches Hofrath Gauss zur Bestimmung der Fädendistanzen in den Fernröhren zuerst angewendet hat. Ich habe nämlich an die Stelle des Fadennetzes in den Brennpunkt eines horizontal aufgestellten achromatischen Fernröhrchens das Gitter befestigt, welches ich ausmessen wollte, und alsdann mit dem Theodolithen durch das Objektiv des Fernrohrs hindurch die Weite der Oeffnungen etc. in Sekunden bestimmt. Den absoluten Werth einer Sekunde in Millimeter hatte ich schon vorher auf dieselbe Weise durch Messung der Winkeldistanz zweier Linien bestimmt, deren absolute Entfernung in Millimeter mir bekannt war. Hat das Fernröhrchen 20 Centimeter oder 8 Zoll Focallänge, so nimmt eine Sekunde einen Raum von $\overset{mm}{0{,}0009696}$ in der Brennweite desselben ein. Man sieht also, dass man mit Hilfe eines solchen Fernröhrchens und eines Instrumentes, welches die Winkel bis auf eine Sekunde misst, die Gegenstände bis auf $\frac{1}{1000}$ Millimeter oder $\frac{1}{27000}$ Zoll genau bestimmen kann.

---

*) Wir werden unten sehen, dass es bei kleinen Beugungswinkeln einerlei ist, ob der Schirm senkrecht auf die optische Achse vor dem Objectiv des Fernrohrs befestigt ist, und sich mit demselben dreht, oder ob derselbe unverrückt auf den einfallenden Strahlen senkrecht bleibt, während das Fernrohr allein sich dreht.

§. 69. Mit mehreren auf solche Weise bestimmten Oeffnungen erhielt ich durch Messung der Abstände der dunkelsten Stellen von der Mitte des Bildes die folgenden Resultate:

Weisses Sonnenlicht.

No.	γ	$\psi^{(1)}$	$\psi^{(2)}$	$\psi^{(3)}$	$\psi^{(4)}$	ψ	λ	λ
	mm						mm	z
1	1,353	1′. 28″	2′. 56″	4′. 18″	- -	1′.27″0	0,000571	0,0000211
2	0,810	2. 30	4. 52	7. 22	- -	2. 27,3	0,000579	0,0000214
3	0,689	2. 46	5. 28	8. 05	- -	2. 43,2	0,000545	0,0000201
4	0,189	10. 37	20. 41	- -	- -	10. 26,0	0,000574	0,0000212
5	0,042	48. 56	- -	- -	- -	48. 56,0	0,000598	0,0000221
							mm	z
						Mittel	0,000571	0,0000211

Durch das rothe Glas.

No.	γ	$\psi^{(1)}$	$\psi^{(2)}$	$\psi^{(3)}$	$\psi^{(4)}$	ψ	λ	λ
	mm						mm	z
6	1,353	1′. 41″	3′. 18″	4′. 55″	6′. 27″	1′.38″1	0,000643	0,0000238
7	1,274	1. 47	3. 38	5. 17	6. 55	1. 45,7	0,000653	0,0000241
8	0,689	3. 09	6. 12	- -	- -	3. 7,0	0,000625	0,0000231
							mm	z
						Mittel	0,000640	0,0000236

Als ich später mit demselben rothen Glase die Spektra betrachtete, welche durch mein feinstes Drathgitter entstehen, fand ich, dass alles farbige Licht ausgelöscht war, bis auf dasjenige, welches sich zwischen den schwarzen Linien befindet, die Fraunhofer mit D und B bezeichnet hat, und dass die hellste Stelle des übrig bleibenden rothen Spektrums nach meinem Augenmaas geschätzt, genau in der Mitte lag zwischen D und B oder nach einer anderen Schätzung ein Drittheil von C und zwei Drittheile von D entfernt. Da nun nach Fraunhofers Messungen die Länge einer Lichtwelle

auf der Linie $B = \overset{z}{0{,}00002542}$
auf der Linie $C = 0{,}00002422$
auf der Linie $D = 0{,}00002176$

pariser Zoll beträgt, so ist die Wellenlänge des stärksten durch mein rothes Glas gehenden Sonnenlichtes

nach meiner ersten Schätzung 0,0000236
nach meiner zweyten 0,0000234,

zwei Resultate, die sehr gut unter sich und mit dem oben gefundenen 0,0000236 übereinstimmen.

Fraunhofer fand für das weisse Licht ganz genau denselben Werth, und Fresnel für die orangefarbenen Strahlen durch ein ähnliches rothes Glas einen Werth, der von dem meinigen nur wenig verschieden ist.

Die Oeffnungen, welche zu den obigen Bestimmungen gedient hatten, waren alle in Stanniol ausgeschnitten, mit Ausnahme von Nr. 7., welche von zwei Stücken einer gewöhnlichen Stricknadel begrenzt war.

§. 70. Um diese von Fraunhofer so genannten äussern oder Spektra erster Classe schon mit blosem Auge recht schön zu sehen, darf man nur in ein Blättchen Stanniol, welches man zu dem Ende auf ein Stück Glas legt, mit der Spitze eines scharfen Federmessers einen kurzen Spalt einschneiden, und einen leuchtenden Punkt oder eine leuchtende Linie in der Entfernung des deutlichen Sehens hindurch betrachten. Je feiner der Spalt ist, desto breiter, aber auch desto schwächer werden die Spektra. Ein sehr gutes Objekt zu diesen Beobachtungen ist die Lichtlinie auf einer inwendig geschwärzten und in der Sonne glänzenden Glasröhre oder das durch einen feinen Spalt eines Schirms dringende Licht einer Kerze oder der Sonne. Das erste Objekt ist das bequemste, das letzte das beste.*) Nimmt man ein rothes Glas zu Hilfe, so unterscheidet man, vorzüglich bei intensivem Sonnenlichte, aus den oben angegebenen Gründen eine viel grössere Menge von Spektern als ohne dasselbe. Durch ein Fernrohr kann man deren leicht 12 bis 15 auf jeder Seite zählen.

§. 71. Wird der Schirm unveränderlich vor das Objektiv des Fernrohrs und zwar senkrecht auf die optische Achse befestigt, so wird in den Gleichungen (23.) $\psi = o$, $\vartheta = -\chi$ und $\sin\vartheta = -\sin\chi$;

---

*) Um eine Glasröhre inwendig zu schwärzen, giesse ich dieselbe mit einer Farbe aus, die aus Lampen- oder Kienruss, mit Bernsteinfirniss zusammengerieben, besteht.

der Bogen $\pi\gamma(\sin\psi - \sin\chi)\lambda^{-1}$ verwandelt sich in $-\pi\gamma\sin\chi\lambda^{-1}$, die negativen Spektern entsprechen den positiven Werthen von χ und umgekehrt, und der Ausdruck für die Intensität des Lichtes wird

32) $$(A)^2 = (A\cos\chi)^2\left(\frac{\sin[\pi\gamma\sin\chi]\lambda^{-1}}{[\pi\gamma\sin\chi]\lambda^{-1}}\right)^2 = (A\cos\vartheta)^2\left(\frac{\sin[\pi\gamma\sin\vartheta]\lambda^{-1}}{[\pi\gamma\sin\vartheta]\lambda^{-1}}\right)^2.$$

Die Intensität der Spektra ist also in diesem Falle dieselbe, wie in dem vorhergehenden, wo der Schirm auf den direkten Strahlen senkrecht stand, so lange man nämlich den Cosinus des Beugungswinkels ohne erheblichen Fehler $= 1$ setzen kann, das ist, so lange der Beugungswinkel klein ist. Ist aber der Beugungswinkel so gross, dass diese Voraussetzung nicht mehr Statt hat, so muss die im vorigen §. erhaltene Intensität noch mit dem Quadrate des Cosinus dieses Winkels multiplizirt werden. Die hierdurch entstehende Verminderung der Intensität rührt offenbar nur von der Verminderung der Menge des Lichts her, welche auf die Oeffnung fällt, wenn letztere eine schiefe Lage gegen die direkten Strahlen annimmt.

§. 72. Ich komme nun zu dem allgemeinsten Falle, in welchem die Ebene des Schirms weder auf den direkten noch auf den gebeugten Strahlen senkrecht steht. Soll unter dieser Voraussetzung der Werth von

$$(A)^2 = (A\cos\chi)^2\left(\sin[\pi\gamma(\sin\psi - \sin\chi)\lambda^{-1}]\right)^2$$

sich auf Null reduziren, so muss

33) $$\pi\gamma(\sin\psi - \sin\chi)\lambda^{-1} = \pm m\pi, \quad \text{oder} \quad \gamma(\sin\psi - \sin\chi) = \pm m\lambda$$

werden. Es ist aber

$$\gamma\sin\psi - \gamma\sin\chi = A'g - A'f = A'g - Af'.$$

Da nun $A'g - Af'$ der Differenz im Gange der Randstrahlen gleich ist, so entsprechen die dunkeln Stellen daher auch hier noch einem Unterschiede im Gange der Randstrahlen, welcher einer ganzen Anzahl von Wellenlängen gleich ist.

Aus der Bedingungsgleichung für die dunkeln Stellen,

$$\pi\gamma(\sin\psi - \sin\chi)\lambda^{-1} = \pm m\pi,$$

ergibt sich

34) $$\sin\psi - \sin\chi = \pm\frac{m\lambda}{\gamma}$$

wodurch man einen der beiden Winkel ψ oder χ bestimmen kann, wenn der

andere gegeben ist. Aus beiden findet man alsdann den Beugungswinkel ϑ durch die Gleichung $\vartheta = \psi - \chi$ *)

§. 73. Sind die beiden Winkel ψ und χ so klein, dass man ohne erheblichen Fehler anstatt der Sinus die Winkel selbst setzen kann, so wird

$$\sin\psi - \sin\chi = \vartheta$$

und es ist daher für nur wenig schief durchgehendes Licht

35) $$(A)^2 = \left(A \frac{\sin[\pi\gamma\vartheta]\lambda^{-1}}{[\pi\gamma\vartheta]\lambda^{-1}}\right)^2$$

Man sieht hieraus, dass es bei kleinen Neigungs- oder Beugungswinkeln einerlei ist, ob der Schirm gegen die direkten oder gegen die gebeugten Strahlen oder gegen beide zugleich geneigt ist, und dass die Intensität der Spektra nur von der Differenz der Winkel ψ und χ, das ist von dem Ablenkungs- oder Beugungswinkel ϑ abhängt.

§. 74. Um auch in dem allgemeinsten Falle das Gesetz der Winkelabstände der dunkeln Stellen klar überblicken zu können, beschreibe man mit einem Radius $=1$ einen Halbkreis $XRHX$, (*Taf. II. Fig. 28.*) errichte die Normale NR senkrecht auf dem Durchmesser XX, nehme $RNH = \chi$, und ziehe HP parallel mit RN, so ist $NP = \sin\chi$, alsdann nehme man $P+2 = \frac{\lambda}{\gamma}$, $P+4 = \frac{2\lambda}{\gamma}, \ldots$ $P-2 = -\frac{\lambda}{\gamma}$, $P-4 = -\frac{2\lambda}{\gamma}, \ldots,$ und errichte in den Punkten $+2$, $+4$, $\cdots$ -2, -4, $\cdots$ die Senkrechten $+2\,\psi^{(1)}$, $+4\,\psi^{(2)}, \ldots$ $-2\,\psi^{(-1)}$, $-4\,\psi^{(-2)}$, $\cdots$, so ist NH die Richtung der ungebeugten Strahlen, und $N\psi^{(1)}$, $N\psi^{(2)}$, $\cdots$ $N\psi^{(-1)}$, $N\psi^{(-2)}$ $\cdots$ sind die Richtungen, welche den dunkeln Stellen entsprechen, und für welche die Bedingung $\sin\psi - \sin\chi = \pm\frac{m\lambda}{\gamma}$ Statt findet, H bezeichnet die Mitte des Bildes, der Bogen $\psi^{(-1)}\psi^{(+1)}$ stellt die Breite des mittlern Spektrums vor, und die Bögen $\psi^{(1)}\psi^{(2)}$, $\psi^{(2)}\psi^{(3)}\ldots$ $\psi^{(-1)}\psi^{(-2)}$, $\psi^{(-2)}\psi^{(-3)}$, $\cdots$ repräsentiren die Breiten der positiven und negativen Seitenspektra.

---

*) Den Ausdruck $\sin\psi - \sin\chi = \pm\frac{m\lambda}{\gamma}$ hat zuerst Fraunhofer aus der blosen Interferenz der Randstrahlen abgeleitet, und für die Oerter der vollkommenen Spektra 2ter Classe aufgestellt, für welche derselbe ebenfalls gilt, wie wir weiter unten sehen werden. S. Gilberts Annalen B. 74. p. 361.

Man sieht, dass die Projektionen der Spektra auf der Schirmfläche XX gleich gross sind, dass aber die Spektra selbst ungleiche Breiten haben, dass die breitesten der Schirmfläche am nächsten liegen, und dass die Symmetrie in der Breite nicht von der Richtung der ungebeugten Strahlen, sondern von der Normallinie der Schirmfläche ausgeht.

Ist die Breite des Spaltes sehr klein, z. B. nur 8mal grösser, als die Länge einer Aetherwelle, also $\frac{\lambda}{\gamma}=\frac{1}{8}$, und ist $\sin\chi$ z.B.$=\frac{5}{8}=\frac{5\lambda}{\gamma}$, so sind, wie die Figur zeigt, deren Dimensionen für diesen Fall gelten, ausser dem mittleren Spektrum, auf der rechten Seite nur zwei und auf der linken nur 12 Seitenspektra möglich.

Wenn man den Schirm noch mehr gegen die einfallenden Strahlen neigt, so dass $\sin\chi=\frac{6}{8}=\frac{6\lambda}{\gamma}$ wird, so fällt NH in die Richtung von $N\psi^{(1)}$ das mittlere Spektrum rückt um die Breite eines Seitenspektrums weiter gegen die Rechte, nimmt den Raum zwischen H und $\psi^{(2)}$ ein und lässt nur Ein positives Seitenspektrum übrig, während die Anzahl der negativen sich um Eines vermehrt.

Neigt man die Ebene des Schirms noch mehr, so dass NH in die Richtung von $N\psi^{(2)}$ fällt, so rückt das mittlere Spektrum wieder um einen ähnlichen Schritt weiter, nimmt den Raum von $\psi^{(+1)}$ bis an den Rand des Schirmes ein, und macht noch das letzte positive Spektrum verschwinden. Je mehr sich dagegen die Ebene des Schirms derjenigen Lage nähert, welche auf den direkten Strahlen senkrecht steht, desto vollkommener wird die Symmetrie auf beiden Seiten des mittleren Spektrums. Ist der eine Rand des Schirms genau eine ganze Anzahl von Wellenlängen weiter von der Lichtquelle entfernt, als der andere, so ist $\gamma\sin\chi=m\lambda$ oder $\sin\chi=\frac{m\lambda}{\gamma}$ und die Symmetrie in der Breite der Spektra ist auf beiden Seiten der Normale vollkommen, wie ebenfalls die Figur zeigt.

§. 75. Wird der Spalt breiter, so vermehren sich die Spektra; bei einem sehr breiten Spalt sind sie unzählbar und in der Nähe der Normale von merklich gleicher Breite.

§. 76. Für den Fall, in welchem der Spalt eine sehr grosse Breite und die Ebene des Schirms eine sehr starke Neigung gegen die ein-

fallenden Strahlen hat, wollen wir die Winkel χ und ψ durch ihre Complemente $\frac{1}{2}\pi-\sigma$ und $\frac{1}{2}\pi-\tau$ ersetzen. Es wird alsdann für die dunkeln Stellen

$$\cos\tau = \cos\sigma \pm \frac{m\lambda}{\gamma}, \qquad 1-\cos\tau = 1-\cos\sigma \mp \frac{m\lambda}{\gamma}, \qquad \text{sin.vers}\,\sigma \mp \frac{m\lambda}{\gamma}.$$

Nach unserer Voraussetzung ist $\frac{\lambda}{\gamma}$ ein sehr kleiner Bruch, sin. vers σ ist auch sehr klein, weil χ von einem rechten Winkel nur wenig verschieden angenommen ist, sin. vers τ ist daher auch sehr klein. Bei sehr kleinen Sinus versus verhalten sich aber die Bögen wie die Quadratwurzeln der Sinus versus, die Bögen τ verhalten sich also wie die Quadratwurzeln aus den Grössen sin. vers $\sigma \mp \frac{m\lambda}{\gamma}$, oder

$$\tau = \sqrt{2}.\times\sqrt{\text{sin.vers}\,\tau} = \sqrt{2}\times\sqrt{\text{sin.vers}\,\sigma \mp \frac{m\lambda}{\gamma}}.$$

Ist z. B. χ von einem Quadranten so wenig verschieden, oder σ so klein, dass sin. vers $\sigma = \frac{2\lambda}{\gamma}$ ist, so wird

$$\tau = \sqrt{2}\times\sqrt{\frac{2\lambda}{\gamma} \mp \frac{m\lambda}{\gamma}} = \sqrt{\frac{2\lambda}{\gamma}}\times\sqrt{2\mp m} \quad \text{und}$$

für $m = +3$ wird $\tau^{(+3)} = \sqrt{\frac{2\lambda}{\gamma}}\times\sqrt{2-3} = \sqrt{\frac{2\lambda}{\gamma}}\times\sqrt{-1}$ = unmöglich,

„ $m = +2$ „ $\tau^{(+2)} = \sqrt{\frac{2\lambda}{\gamma}}\times\sqrt{2-2} = \sqrt{\frac{2\lambda}{\gamma}}\times\sqrt{0} = 0,$

„ $m = +1$ „ $\tau^{(+1)} = \sqrt{\frac{2\lambda}{\gamma}}\times\sqrt{2-1} = \sqrt{\frac{2\lambda}{\gamma}}\times\sqrt{1},$

„ $m = 0$ „ $\tau^{(0)} = \sqrt{\frac{2\lambda}{\gamma}}\times\sqrt{2-0} = \sqrt{\frac{2\lambda}{\gamma}}\times\sqrt{2},$

„ $m = -1$ „ $\tau^{(-1)} = \sqrt{\frac{2\lambda}{\gamma}}\times\sqrt{2+1} = \sqrt{\frac{2\lambda}{\gamma}}\times\sqrt{3},$

„ $m = -2$ „ $\tau^{(-2)} = \sqrt{\frac{2\lambda}{\gamma}}\times\sqrt{2+2} = \sqrt{\frac{2\lambda}{\gamma}}\times\sqrt{4},$

„ . . . .

Ich habe die Erscheinung für diesen Fall in *Fig. 29. Taf. II.* dargestellt. Die Abscissen 0, 01, 02, 03, 04.... repräsentiren die Bögen

$$\sqrt{\frac{2\lambda}{\gamma}}\times\sqrt{0}, \quad \sqrt{\frac{2\lambda}{\gamma}}\times\sqrt{1}, \quad \sqrt{\frac{2\lambda}{\gamma}}\times\sqrt{2}, \quad \sqrt{\frac{2\lambda}{\gamma}}\times\sqrt{3}, \quad \sqrt{\frac{2\lambda}{\gamma}}\times\sqrt{4}\cdots$$

sie sind den Quadratwurzeln der natürlichen Zahlen proportional. Die

Mitte des Bildes oder der Vereinigungspunkt der ungebeugten Strahlen fällt in den Punkt 2, das mittlere Spektrum nimmt den Raum von 1 bis 3 ein, auf der rechten Seite ist nur ein einziges positives Seitenspektrum zwischen 0 und 1 möglich, die Breite desselben ist aber fast 4mal so gross, als die des ersten negativen Spektrums, welches sich auf der andern Seite zwischen 3 und 4 befindet.

Nähert sich der Einfallswinkel χ einem Rechten noch mehr, so dass sin.vers$\sigma = \frac{\lambda}{\gamma}$ wird, so rückt der Vereinigungspunkt des ungebeugten Lichts nach 1, das mittlere Spektrum nimmt den ganzen Raum von 0 bis 2 ein, alle positiven Spektra sind verschwunden und nur negative auf der andern Seite sichtbar, wie *Fig.30.* auf *Taf. II.* zeigt.

Würde man den Einfallswinkel bis auf einen Rechten vermehren, so würde endlich die ganze Erscheinung verschwinden, weil kein Licht mehr durch den Spalt dringen könnte und der Coëfficient $(A\cos\chi)^2 =$ Null würde.

§. 77. Alle diese Resultate der Theorie stimmen vollkommen mit der Beschreibung überein, welche uns Fraunhofer von dieser Erscheinung zurückgelassen hat.*) Um dieselbe hervorzubringen, und zu messen, bedient man sich am Besten des von Fraunhofer an demselben Orte beschriebenen und abgebildeten Apparates. Will man aber die Erscheinung blos sehen, ohne sie zu messen, so darf man nur die beiden Oeffnungen eines kurzen Rohrs oder Ringes zur Hälfte mit Stanniolblättchen bedecken, so dass die geraden Ränder der Blättchen einander gegenüberstehen, und während man durch den Spalt hindurch eine Lichtlinie betrachtet, das Rohr nach und nach so lange drehen, bis der lichte Zwischenraum ganz verschwindet. Ist dieser Zwischenraum noch nicht sehr schmal, so erscheinen die Spektra klein und auf beiden Seiten einander ziemlich gleich; je enger aber der Spalt wird, desto breiter und lichtschwacher werden die Spektra und desto mehr verliert sich die Symmetrie auf beiden Seiten, bis, kurz vor dem gänzlichen Verschwinden, die Erscheinungen eintreten, welche ich in den beiden letzten Figuren dargestellt habe.

---

*) Fraunhofers neue Modification des Lichts pag. 13.

II. Bestimmung der Erscheinung, welche ein homogener Lichtpunkt zeigt, wenn man denselben durch eine trapezförmige Oeffnung betrachtet.

§. 78. Es sey $ABCD$ die trapezförmige Oeffnung in der Ebene des Schirms und N der Punkt, in welchem diese Ebene von der optischen Achse des unbeweglich auf den leuchtenden Punkt gerichteten Fernrohrs durchschnitten wird. Wir haben diesen Durchschnittspunkt den optischen Mittelpunkt des Schirms genannt. NN' sey die Durchschnittslinie der Schirmebene mit einer durch den optischen Mittelpunkt des Schirms gelegten und auf den direkten Strahlen senkrecht stehenden Normalebene $N'NB'''$.

Bezeichnen wir die Seiten der Oeffnung AB, AC, BC, BD nach der Ordnung mit a, b, c, d, die Winkel, welche diese Seiten mit der Linie NN' bilden, nämlich ALN, APN, BQN und DKN mit ϱ, φ, ξ, ϱ und den Winkel, welchen die Ebene des Schirms mit der Normalebene der direkten Strahlen bildet, durch χ, so werden die Entfernungen der Eckpunkte des Trapezes von der Linie NN' folgende seyn:

$$\begin{aligned} AA' &= \beta \sin\varrho \\ BB' &= (\beta+a)\sin\varrho \\ CC' &= \beta\sin\varrho - b\sin\varphi \\ DD' &= (\beta+a)\sin\varrho - c\sin\xi \end{aligned}$$

und die Entfernungen derselben Punkte von der Normalebene der direkten Strahlen, welche Entfernungen ich mit

$$p^{(1)}\ p^{(2)}\ p^{(3)}\ p^{(4)}$$

bezeichnen will, werden diese seyn:

$$36)\quad \left\{ \begin{aligned} A''A''' &= p^{(1)} = AA'\sin\chi = \beta\sin\varrho\sin\chi \\ B''B''' &= p^{(2)} = BB'\sin\chi = (\beta+a)\sin\varrho\sin\chi \\ C''C''' &= p^{(3)} = CC'\sin\chi = \beta\sin\varrho\sin\chi - b\sin\varphi\sin\chi \\ D''D''' &= p^{(4)} = DD'\sin\chi = (\beta+a)\sin\varrho\sin\chi - c\sin\xi\sin\chi \end{aligned} \right.$$

Denken wir uns durch den optischen Mittelpunkt des Schirms eine zweite Normalebene senkrecht auf die gebeugten Strahlen gelegt, so werden die

Entfernungen der vier Eckpunkte des Trapezes von dieser zweiten Normalebene ausgedrückt werden durch

$$37)\quad \begin{cases} q^{(1)} = \beta'' \sin\varrho'' \sin\psi \\ q^{(2)} = (\beta''+a) \sin\varrho'' \sin\psi \\ q^{(3)} = \beta'' \sin\varrho'' \sin\psi - b \sin\varphi'' \sin\psi \\ q^{(4)} = (\beta''+a) \sin\varrho'' \sin\psi - c \sin\xi'' \sin\psi, \end{cases}$$

worin die Grössen

$$q^{(1)},\ q^{(2)},\ q^{(3)},\ q^{(4)}; \qquad \beta'',\ \varrho'',\ \varphi'',\ \xi'',\ \psi$$

in Beziehung auf die zweite Normalebene die nämliche Bedeutung haben, welche den Grössen

$$p^{(1)},\ p^{(2)},\ p^{(3)},\ p^{(4)}; \qquad \beta,\ \varrho,\ \varphi,\ \xi,\ \chi$$

in Beziehung auf die erste beigelegt wurde.

Bezeichnen wir den Winkel, welchen die beiden Durchschnittslinien NN' und NN'' mit einander bilden, durch ν, und den Beugungswinkel durch ϑ, so ist leicht einzusehen, dass unter den obigen Grössen folgende Gleichungen Statt finden:

$$38)\quad \begin{cases} \varrho''=\varrho+\nu, \quad \varphi''=\varphi+\nu, \quad \xi''=\xi+\nu, \quad \beta''=\beta-\dfrac{NL\times\sin\nu}{\sin(\varrho+\nu)} \quad \text{und} \\ \cos\vartheta = \cos\chi\cos\psi + \sin\chi\sin\psi\cos\nu \end{cases}$$

denken wir uns die trapezförmige Oeffnung des Schirms in unendlich viele gleiche Elementartheilchen getheilt, wie wir dieses bei dem Spalt §. 53. gethan haben, und nehmen wir an, dass $n+1$ solcher Theilchen in die erste Reihe auf die Linie AB und $m+1$ solcher Reihen von abnehmender Länge auf die ganze Oeffnung gehen, und bezeichnen wir endlich die Entfernung des optischen Mittelpunktes der Schirmfläche von der Lichtquelle mit x, so wird die Entfernung der Punkte A und B von der Lichtquelle seyn

$$x-p^{(1)}, \qquad x-p^{(2)}$$

und die Oscillationsgeschwindigkeiten der $n+1$ auf der Linie AB befindlichen Aethertheilchen werden vorgestellt werden durch

$$U^{(1)} = A' \sin\left[2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x - p^{(1)} - \frac{1}{2}\,\mathrm{d}p}{\lambda}\right)\right]$$

$$U^{(2)} = A' \sin\left[2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x - p^{(1)} - \frac{1}{2}\,\mathrm{d}p - \mathrm{d}p}{\lambda}\right)\right]$$

$$U^{(3)} = A' \sin\left[2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x - p^{(1)} - \frac{1}{2}\,\mathrm{d}p - 2\mathrm{d}p}{\lambda}\right)\right]$$

. . . .

$$U^{(n+1)} = A' \sin\left[2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x - p^{(1)} - \frac{1}{2}\,\mathrm{d}p - n\mathrm{d}p}{\lambda}\right)\right].$$

Betrachten wir nun nach dem Huyghens'schen Prinzip diese Aethertheilchen als eben so viele neue Vibrationsmittelpunkte, welche die erhaltenen Oscillationen nach allen Richtungen weiter verbreiten, und bedenken wir, dass die Entfernungen dieser Punkte von der Normalebene der gebeugten Strahlen nach der Ordnung diese sind:

$$q^{(1)} + \tfrac{1}{2}\,\mathrm{d}q$$

$$q^{(1)} + \tfrac{1}{2}\,\mathrm{d}q + \mathrm{d}q$$

$$q^{(1)} + \tfrac{1}{2}\,\mathrm{d}q + 2\mathrm{d}q$$

. . . . .

$$q^{(1)} + \tfrac{1}{2}\,\mathrm{d}q + n\mathrm{d}q = q^{(2)} - \tfrac{1}{2}\,\mathrm{d}q,$$

so ist leicht einzusehen, dass für die Aethertheilchen, welche sich auf der zweiten Normalebene in der Richtung der gebeugten Strahlen befinden, die Oscillationsgeschwindigkeiten folgende sind:

$$U_1 = A' \sin\left[2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x - p^{(1)} - \frac{1}{2}\,\mathrm{d}p}{\lambda} - \frac{q^{(1)} + \frac{1}{2}\,\mathrm{d}q}{\lambda}\right)\right]$$

$$U_2 = A' \sin\left[2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x - p^{(1)} - \frac{1}{2}\,\mathrm{d}p - \mathrm{d}p}{\lambda} - \frac{q^{(1)} + \frac{1}{2}\,\mathrm{d}q + \mathrm{d}q}{\lambda}\right)\right]$$

$$U_3 = A' \sin\left[2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x - p^{(1)} - \frac{1}{2}\,\mathrm{d}p - 2\mathrm{d}p}{\lambda} - \frac{q^{(1)} + \frac{1}{2}\,\mathrm{d}q + 2\mathrm{d}q}{\lambda}\right)\right]$$

. . . .

$$U_{n+1} = A' \sin\left[2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x - p^{(1)} - \frac{1}{2}\,\mathrm{d}p - n\mathrm{d}p}{\lambda} - \frac{q^{(1)} + \frac{1}{2}\,\mathrm{d}q + n\mathrm{d}q}{\lambda}\right)\right].$$

Die Resultante aller dieser Oscillationen ist nach §. 50. (19.), wenn man daselbst

$$\alpha-\gamma^{(1)} \text{ durch } \left[2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x+(q^{(1)}-p^{(1)})+\frac{1}{2}(\mathrm{d}q-\mathrm{d}p)}{\lambda}\right)\right]$$

$$\text{und } \varepsilon \text{ durch } \left[2\pi\left(\frac{\mathrm{d}q-\mathrm{d}p}{\lambda}\right)\right] \text{ ersetzt, folgende:}$$

$$\int(U_1)=A'\frac{\sin[(n+1)\pi(\mathrm{d}q-\mathrm{d}p)\lambda^{-1}]}{\sin[\pi(\mathrm{d}q-\mathrm{d}p)\lambda^{-1}]}\sin\left[2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x+(q^{(1)}-p^{(1)})-\frac{1}{2}(n+1)(\mathrm{d}q-\mathrm{d}p)}{\lambda}\right)\right].$$

Es ist aber

$$(n+1)\mathrm{d}p=p^{(2)}-p^{(1)} \quad \text{und} \quad (n+1)\mathrm{d}q=q^{(2)}-q^{(1)},$$

folglich

$$\int(U_1)=A'\frac{\sin[\pi((q^{(2)}-p^{(2)})-(q^{(1)}-p^{(1)}))\lambda^{-1}]}{\sin[\pi(\mathrm{d}q-\mathrm{d}p)\lambda^{-1}]}\sin\left[2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x+\frac{1}{2}(q^{(2)}-p^{(1)})+\frac{1}{2}(q^{(1)}-p^{(1)})}{\lambda}\right)\right].$$

Die Resultanten der übrigen Reihen von Aethertheilchen in der zweiten Normalebene werden offenbar ähnliche Formen erhalten, und die der letzten Reihe, welche der Seite *CD* entspricht, wird seyn:

$$\int(U_{m+1})=A'\frac{\sin[\pi((q^{(4)}-p^{(4)})-(q^{(3)}-p^{(3)}))\lambda^{-1}]}{\sin[\pi(\mathrm{d}q-\mathrm{d}p)\lambda^{-1}]}\sin\left[2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x+\frac{1}{2}(q^{(4)}-p^{(4)})+\frac{1}{2}(q^{(3)}-p^{(3)})}{\lambda}\right)\right].$$

Da nun in diesen $m+1$ Reihen die Grössen von

$$(q^{(2)}-p^{(2)})-(q^{(1)}-p^{(1)}) \text{ bis } (q^{(4)}-p^{(4)})-(q^{(3)}-p^{(3)}),$$

so wie diejenigen von

$$\tfrac{1}{2}(q^{(2)}-p^{(2)})+\tfrac{1}{2}(q^{(1)}-p^{(1)}) \text{ bis } \tfrac{1}{2}(q^{(4)}-p^{(4)})+\tfrac{1}{2}(q^{(3)}-p^{(3)})$$

arithmetische Reihen bilden, so können wir alle diese Resultanten mit Hilfe des Lehrsatzes §. 52. (22.) in eine einzige zusammenfassen. Um dieses wirklich auszuführen, müssen wir daselbst ersetzen

α durch $\left[2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)\right]$,

A durch $\dfrac{A'}{\sin\left[\pi\left(\frac{dq-dp}{\lambda}\right)\right]}$, oder durch $\dfrac{A'}{\sin\pi(dq-dp)\lambda^{-1}}$

α' durch $\left[\pi\dfrac{(q^{(3)}-p^{(3)})-(q^{(1)}-p^{(1)})}{\lambda}\right]$, oder durch $\pi(q-p)^{(3-1)}\lambda^{-1}$

γ' durch $\left[\pi\left(\dfrac{(q^{(3)}-p^{(3)})+(q^{(1)}-p^{(1)})}{\lambda}\right)\right]$, oder durch $\pi(q-p)^{(3+1)}\lambda^{-1}$

δ durch $\left[\dfrac{\pi}{m+1}\left(\dfrac{(q^{(4)}-p^{(4)})-(q^{(2)}-p^{(2)})-(q^{(3)}-p^{(3)})+(q^{(1)}-p^{(1)})}{\lambda}\right)\right]$, oder durch $\dfrac{1}{m+1}\pi(q-p)^{(4-2-3+1)}\lambda^{-1}$

ε durch $\left[\dfrac{\pi}{m+1}\left(\dfrac{(q^{(4)}-p^{(4)})-(q^{(2)}-p^{(2)})+(q^{(3)}-p^{(3)})-(q^{(1)}-p^{(1)})}{\lambda}\right)\right]$, oder durch $\dfrac{1}{m+1}\pi(q-p)^{(4-2+3-1)}\lambda^{-1}$

39) wo $(q-p)^{(3-1)}$ abgekürzt für $(q^{(3)}-p^{(3)})-(q^{(1)}-p^{(1)})$ steht, u. s. f.

Ersetzen wir auch zugleich die Sinus der unendlich kleinen Bögen $\left[\pi\left(\frac{(dq-dp)}{\lambda}\right)\right]$, $\frac{1}{2}(\varepsilon+\delta)$ und $\frac{1}{2}(\varepsilon-\delta)$ durch diese kleinen Bögen selbst, so erhalten wir

$$40)\quad \begin{cases} \int(a)=\dfrac{\frac{1}{2}(m+1)A'}{[\pi(dq-dp)\lambda^{-1}]}\left[+\dfrac{\sin[\pi(q-p)^{(4-2)}\lambda^{-1}]}{[\pi(q-p)^{(4-2)}\lambda^{-1}]}\sin[\pi(q-p)^{(4+2)}\lambda^{-1}]-\dfrac{\sin[\pi(q-p)^{(3-1)}\lambda^{-1}]}{[\pi(q-p)^{(3-1)}\lambda^{-1}]}\sin[\pi(q-p)^{(3+1)}\lambda^{-1}]\right] \\ \int(b)=\dfrac{\frac{1}{2}(m+1)A'}{[\pi(dq-dp)\lambda^{-1}]}\left[-\dfrac{\sin[\pi(q-p)^{(4-2)}\lambda^{-1}]}{[\pi(q-p)^{(4-2)}\lambda^{-1}]}\cos[\pi(q-p)^{(4+2)}\lambda^{-1}]+\dfrac{\sin[\pi(q-p)^{(3-1)}\lambda^{-1}]}{[\pi(q-p)^{(3-1)}\lambda^{-1}]}\sin[\pi(q-p)^{(3+1)}\lambda^{-1}]\right] \end{cases}$$

6*

Bezeichnen wir mit A die Vibrationsintensität des zusammengesetzten senkrecht durch die ganze trapezförmige Oeffnung gehenden Lichtes, so ist $A\cos\chi$ die Vibrationsintensität des gesammten Lichtes, welches unter dem Einfallswinkel χ durch die nämliche Oeffnung hindurch geht, eine Grösse, die wir noch an die Stelle der Vibrationsintensität A' eines Elementartheilchens einzuführen haben.

Die Anzahl aller in der trapezförmigen Oeffnung des Schirms befindlichen Elementartheilchen ist

$$\left((n+1)+(n+1)\frac{CD}{AB}\right)\frac{m+1}{2}=\frac{(n+1)(m+1)}{2}\left(\frac{AB+CD}{AB}\right);$$

folglich $$A\cos\chi=\frac{(n+1)(m+1)}{2}\left(\frac{AB+CD}{AB}\right)A'.$$

Es verhält sich aber $AB:CD=p^{(2)}-p^{(1)}:p^{(4)}-p^{(3)}$ und auch $AB:CD=q^{(2)}-q^{(1)}:q^{(4)}-q^{(3)}$,

also auch $AB:CD=(q^{(2)}-p^{(2)})-(q^{(1)}-p^{(1)}):(q^{(4)}-p^{(4)})-(q^{(3)}-p^{(3)})$,

folglich ist $$\frac{AB+CD}{AB}=\frac{(q^{(4)}-p^{(4)})-(q^{(3)}-p^{(3)})+(q^{(2)}-p^{(2)})-(q^{(1)}-p^{(1)})}{(q^{(2)}-p^{(2)})-(q^{(1)}-p^{(1)})}.$$

Ferner ist $p^{(2)}-p^{(1)}=(n+1)\,\mathrm{d}p$ und $q^{(2)}-q^{(1)}=(n+1)\,\mathrm{d}q$,

also $(q^{(2)}-p^{(2)})-(q^{(1)}-p^{(1)})=(n+1)(\mathrm{d}q-\mathrm{d}p)$,

folglich $$\frac{AB+CD}{AB}=\frac{(q^{(4)}-p^{(4)})-(q^{(3)}-p^{(3)})+(q^{(2)}-p^{(2)})-(q^{(1)}-p^{(1)})}{(n+1)(\mathrm{d}q-\mathrm{d}p)}$$

und daher $$A\cos\chi=\tfrac{1}{2}(m+1)A'\frac{(q^{(4)}-p^{(4)})-(q^{(3)}-p^{(3)})+(q^{(2)}-p^{(2)})-(q^{(1)}-p^{(1)})}{\mathrm{d}q-\mathrm{d}p}.$$

Substituiren wir nun den aus dieser letzten Gleichung sich ergebenden Werth von

$$\frac{\frac{1}{2}(m+1)A'}{\mathrm{d}q-\mathrm{d}p}=\frac{A\cos\chi}{(q^{(4)}-p^{(4)})-(q^{(3)}-p^{(3)})+(q^{(2)}-p^{(2)})-(q^{(1)}-p^{(1)})}=\frac{A\cos\chi}{(q-p)^{(4-3+2-1)}}$$

in die früheren Ausdrücke (40.), so erhalten wir folgende Endresultate:

41)
$$
\begin{cases}
\int(a)=\dfrac{A\cos\chi}{[\pi(q-p)^{(4-3+2-1)}.\lambda^{-1}]}\Big[+\dfrac{\sin[\pi(q-p)^{(4-2)}.\lambda^{-1}]}{[\pi(q-p)^{(4-2)}.\lambda^{-1}]}\sin[\pi(q-p)^{(4+2)}.\lambda^{-1}]-\dfrac{\sin[\pi(q-p)^{(3-1)}.\lambda^{-1}]}{[\pi(q-p)^{(3-1)}.\lambda^{-1}]}\sin[\pi(q-p)^{(3+1)}.\lambda^{-1}]\Big] \\
\int(b)=\dfrac{A\cos\chi}{[\pi(q-p)^{(4-3+2-1)}.\lambda^{-1}]}\Big[-\dfrac{\sin[\pi(q-p)^{(4-2)}.\lambda^{-1}]}{[\pi(q-p)^{(4-2)}.\lambda^{-1}]}\cos[\pi(q-p)^{(4+2)}.\lambda^{-1}]+\dfrac{\sin[\pi(q-p)^{(3-1)}.\lambda^{-1}]}{[\pi(q-p)^{(3-1)}.\lambda^{-1}]}\cos[\pi(q-p)^{(3+1)}.\lambda^{-1}]\Big] \\
(A)^2=\overline{\int(a)}^2+\overline{\int(b)}^2=\Big(\dfrac{A\cos\chi}{[\pi(q-p)^{(4-3+2-1)}.\lambda^{-1}]}\Big)^2\times\Big[\Big(\dfrac{\sin[\pi(q-p)^{(4-2)}.\lambda^{-1}]}{[\pi(q-p)^{(4-2)}.\lambda^{-1}]}\Big)^2+\Big(\dfrac{\sin[\pi(q-p)^{(3-1)}.\lambda^{-1}]}{[\pi(q-p)^{(3-1)}.\lambda^{-1}]}\Big)^2 \\
\qquad -2\,\dfrac{\sin[\pi(q-p)^{(4-2)}.\lambda^{-1}]}{[\pi(q-p)^{(4-2)}.\lambda^{-1}]}\cdot\dfrac{\sin[\pi(q-p)^{(3-1)}.\lambda^{-1}]}{[\pi(q-p)^{(3-1)}.\lambda^{-1}]}\cos[\pi(q-p)^{(4-3+2-1)}.\lambda^{-1}]\Big] \\
\operatorname{tang} i=\dfrac{\int(b)}{\int(a)} \quad \text{und} \quad \int\!\!\int(U)=(A)\sin(\alpha-i).
\end{cases}
$$

Bezeichnen wir im Allgemeinen die Grössen

42)
$$
\begin{cases}
2\pi p^{(1)}.\lambda^{-1}=2\pi\ \beta\sin\varrho\sin\chi.\lambda^{-1} & \text{mit } p_1 \text{ und } 2\pi q^{(1)}.\lambda^{-1}=2\pi\beta''\sin\varrho''\sin\psi.\lambda^{-1} & \text{mit } q_1 \\
2\pi p^{(2)}.\lambda^{-1}=2\pi(\beta+a)\sin\varrho\sin\chi.\lambda^{-1} & \text{mit } p_2 \text{ und } 2\pi q^{(2)}.\lambda^{-1}=2\pi(\beta''+a)\sin\varrho''\sin\psi\,\lambda^{-1} & \text{mit } q_2 \\
2\pi p^{(3)}.\lambda^{-1}=2\pi(\beta\sin\varrho-b\sin\varphi)\sin\chi\,\lambda^{-1} & \text{mit } p_3 \text{ und } 2\pi q^{(3)}.\lambda^{-1}=2\pi(\beta''\sin\varrho''-b\sin\varphi'')\sin\psi.\lambda^{-1} & \text{mit } q_3 \\
2\pi p^{(4)}.\lambda^{-1}=2\pi((\beta+a)\sin\varrho-c\sin\xi)\sin\chi.\lambda^{-1} & \text{mit } p_4 \text{ und } 2\pi q^{(4)}.\lambda^{-1}=2\pi((\beta''+a)\sin\varrho''-c\sin\xi'')\sin\psi.\lambda^{-1} & \text{mit } q_4
\end{cases}
$$

so erhalten diese Resultate die folgende Form:

43)
$$
\begin{cases}
\int(a)=\dfrac{A\cos\chi}{\frac{1}{2}(q-p)_{4-3+2-1}}\cdot\Big[+\dfrac{\sin\frac{1}{2}(q-p)_{4-2}}{\frac{1}{2}(q-p)_{4-2}}\sin{}^1\!/_2(q-p)_{4+2}-\dfrac{\sin\frac{1}{2}(q-p)_{3-1}}{\frac{1}{2}(q-p)_{3-1}}\sin{}^1\!/_2(q-p)^{3+1}\Big] \\
\int(b)=\dfrac{A\cos\chi}{\frac{1}{2}(q-p)_{4-3+2-1}}\cdot\Big[-\dfrac{\sin\frac{1}{2}(q-p)_{4-2}}{\frac{1}{2}(q-p)_{4-2}}\cos{}^1\!/_2(q-p)_{4+2}+\dfrac{\sin\frac{1}{2}(q-p)_{3-1}}{\frac{1}{2}(q-p)_{3-1}}\cos{}^1\!/_2(q-p)_{3+1}\Big] \\
(A)^2=\Big(\dfrac{A\cos\chi}{\frac{1}{2}(q-p)_{4-3+2-1}}\Big)^2\times\Big[\Big(\dfrac{\sin\frac{1}{2}(q-p)_{4-2}}{\frac{1}{2}(q-p)_{4-2}}\Big)^2+\Big(\dfrac{\sin\frac{1}{2}(q-p)_{3-1}}{\frac{1}{2}(q-p)_{3-1}}\Big)^2-2\dfrac{\sin\frac{1}{2}(q-p)_{4-2}}{\frac{1}{2}(q-p)_{4-2}}\cdot\dfrac{\sin\frac{1}{2}(q-p)_{3-1}}{\frac{1}{2}(q-p)_{3-1}}\cos{}^1\!/_2(q-p)_{4-3+2-1}\Big] \\
\operatorname{tang} i=\dfrac{\int(b)}{\int(a)} \quad \text{und} \quad \int\!\!\int(U)=(A)\sin(\alpha-i)
\end{cases}
$$

§. 79. Fallen die Durchschnittslinien der Schirmfläche und der beiden Normalebenen in eine einzige Linie zusammen, oder ist $\nu = 0$, so wird

$$\varrho'' = \varrho,\ \varphi'' = \varphi,\ \xi'' = \xi,\ \beta'' = \beta, \text{ und}$$

$$44)\quad \begin{cases} 2\pi(q-p)^{(1)}\lambda^{-1} = (q-p)_1 = 2\pi\beta \sin\varrho(\sin\psi - \sin\chi)\lambda^{-1} \\ 2\pi(q-p)^{(2)}\lambda^{-1} = (q-p)_2 = 2\pi(\beta+a)\sin\varrho(\sin\psi - \sin\chi)\lambda^{-1} \\ 2\pi(q-p)^{(3)}\lambda^{-1} = (q-p)_3 = 2\pi(\beta\sin\varrho - b\sin\varphi)(\sin\psi - \sin\chi)\lambda^{-1} \\ 2\pi(q-p)^{(4)}\lambda^{-1} = (q-p)_4 = 2\pi((\beta+a)\sin\varrho - c\sin\xi)(\sin\psi - \sin\chi)\lambda^{-1}. \end{cases}$$

§. 80. Sind die Winkel ψ und χ so klein, dass man die Bögen derselben mit ihren Sinus verwechseln kann, und ist zugleich $\nu = 0$, so wird

$$\sin\psi - \sin\chi = \vartheta,\quad \cos\chi = 1 \quad \text{und}$$

$$45)\quad \begin{cases} 2\pi(q-p)^{(1)}\lambda^{-1} = (q-p)_1 = 2\pi\beta\sin\varrho\,.\,\vartheta\,.\,\lambda^{-1} \\ 2\pi(q-p)^{(2)}\lambda^{-1} = (q-p)_2 = 2\pi(\beta+a)\sin\varrho\,.\,\vartheta\,.\,\lambda^{-1} \\ 2\pi(q-p)^{(3)}\lambda^{-1} = (q-p)_3 = 2\pi(\beta\sin\varrho - b\sin\varphi)\vartheta\,.\,\lambda^{-1} \\ 2\pi(q-p)^{(4)}\lambda^{-1} = (q-p)_4 = 2\pi((\beta+a)\sin\varrho - c\sin\xi)\,\vartheta\,.\,\lambda^{-1}. \end{cases}$$

§. 81. Stehen die direkten Strahlen auf der Schirmfläche senkrecht, so ist $\chi = 0$, $p^{(1)} = p^{(2)} = p^{(3)} = p^{(4)} = 0$, $\psi = \vartheta$ und

$$46)\quad \begin{cases} 2\pi(q-p)^{(1)}\lambda^{-1} = (q-p)_1 = 2\pi\beta''\sin\varrho''\sin\psi\,.\,\lambda^{-1} \\ 2\pi(q-p)^{(2)}\lambda^{-1} = (q-p)_2 = 2\pi(\beta''+a)\sin\varrho''\sin\psi\,.\,\lambda^{-1} \\ 2\pi(q-p)^{(3)}\lambda^{-1} = (q-p)_3 = 2\pi(\beta''\sin\varrho'' - b\sin\varphi'')\sin\psi\,.\,\lambda^{-1} \\ 2\pi(q-p)^{(4)}\lambda^{-1} = (q-p)_4 = 2\pi((\beta''+a)\sin\varrho'' - c\sin\xi'')\sin\psi\ \lambda^{-1}. \end{cases}$$

Stehen die gebeugten Strahlen auf der Schirmfläche senkrecht, oder ist der Schirm vor dem Objektiv des Fernrohrs senkrecht und unveränderlich auf der optischen Achse befestigt, so wird

$$\psi = o,\quad q^{(1)} = q^{(2)} = q^{(3)} = q^{(4)} = o,\quad \chi = -\vartheta,\quad \sin\chi = -\sin\vartheta \quad \text{und}$$

$$47)\quad \begin{cases} 2\pi(q-p)^{(1)}\lambda^{-1} = (q-p)_1 = -2\pi\beta\sin\varrho\sin\chi.\lambda^{-1} \\ 2\pi(q-p)^{(2)}\lambda^{-1} = (q-p)_2 = -2\pi(\beta+a)\sin\varrho\sin\chi.\lambda^{-1} \\ 2\pi(q-p)^{(3)}\lambda^{-1} = (q-p)_3 = -2\pi(\beta\sin\varrho - b\sin\varphi)\sin\chi.\lambda^{-1} \\ 2\pi(q-p)^{(4)}\lambda^{-1} = (q-p)_4 = -2\pi((\beta+a)\sin\varrho - c\sin\xi)\sin\chi.\lambda^{-1}. \end{cases}$$

Die Endresultate sind daher in diesem Falle ganz dieselben, wie in dem vorhergehenden, mit dem Unterschiede, dass in dem letzten die Intensität A noch mit dem Cosinus des Einfallswinkels multiplicirt werden muss.

§. 82. Wir wollen nun den Inhalt der vorhergehenden Ausdrücke näher untersuchen, diese Untersuchung aber auf jene Fälle beschränken, in welchen sich das Trapez in ein Parallelogramm oder in ein Dreieck verwandelt, weil die durch eine trapezförmige Oeffnung hervorgebrachte Erscheinung von keinem besonderen Interesse ist.

III. Bestimmung der Erscheinung, welche ein homogener Lichtpunkt zeigt, wenn man denselben durch eine parallelogrammartige Oeffnung betrachtet.

§. 83. Das Trapez *Taf. III. Fig. 34.* wird zu einem Parallelogramm *Taf. III. Fig. 35.*, wenn $\xi=\varphi$ wird. In diesem Falle wird auch $\xi''=\varphi''$, $c=b$,

$$(q-p)_{4-3} = (q-p)_{2-1},\quad (q-p)_{4-2} = (q-p)_{3-1} \quad \text{und}$$

$$(q-p)_{4-3+2-1} = 2(q-p)_{2-1}$$

Die allgemeinen Ausdrücke (43.) werden daher

$$f(a) = \frac{A\cos\chi}{(q-p)_{2-1}}\cdot\frac{\sin\frac{1}{2}(q-p)_{2-1}}{\frac{1}{2}(q-p)_{2-1}}\,[+\sin\tfrac{1}{2}(q-p)_{4+3} - \sin\tfrac{1}{2}(q-p)_{2+1}]$$

$$f(b) = \frac{A\cos\chi}{(q-p)_{2-1}}\cdot\frac{\sin\frac{1}{2}(q-p)_{2-1}}{\frac{1}{2}(q-p)_{2-1}}\,[-\cos\tfrac{1}{2}(q-p)_{4+3} + \cos\tfrac{1}{2}(q-p)_{2+1}]$$

oder weil $+\sin a - \sin b = 2\cos\frac{1}{2}(a+b)\sin\frac{1}{2}(a-b)$

und $-\cos a + \cos b = 2\sin\frac{1}{2}(a+b)\sin\frac{1}{2}(a-b)$

$$
48)\quad\begin{cases}
\int(a) = A\cos\chi . \dfrac{\sin\frac{1}{2}(q-p)_{2-1}}{\frac{1}{2}(q-p)_{2-1}} . \dfrac{\sin\frac{1}{2}(q-p)_{3-1}}{\frac{1}{2}(q-p)_{3-1}} \cos {}^1\!/_4 (q-p)_{4+3+2+1},\\[2ex]
\int(b) = A\cos\chi . \dfrac{\sin\frac{1}{2}(q-p)_{2-1}}{\frac{1}{2}(q-p)_{2-1}} . \dfrac{\sin\frac{1}{2}(q-p)_{3-1}}{\frac{1}{2}(q-p)_{3-1}} \sin {}^1\!/_4 (q-p)_{4+3+2+1},\\[2ex]
(A)^2 = (A\cos\chi)^2 . \left(\dfrac{\sin\frac{1}{2}(q-p)_{2-1}}{\frac{1}{2}(q-p)_{2-1}}\right)^2 . \left(\dfrac{\sin\frac{1}{2}(q-p)_{3-1}}{\frac{1}{2}(q-p)_{3-1}}\right)^2,\\[2ex]
i = {}^1\!/_4 (q-p)_{4+3+2+1} \quad \text{und} \quad \iint(U) = (A)\sin(\alpha - i);
\end{cases}
$$

wo nach (42.)

$$\tfrac{1}{2}(q-p)_{2-1} = \pi a(\sin\varrho''\sin\psi - \sin\varrho\sin\chi)\lambda^{-1} = \tfrac{1}{2}a_, \quad \text{und}$$

$$-\tfrac{1}{2}(q-p)_{3-1} = \pi b(\sin\varphi''\sin\psi - \sin\varphi\sin\chi)\lambda^{-1} = \tfrac{1}{2}b_, \quad \text{ist.}$$

Es ist folglich

$$
49)\quad\begin{cases}
(A)^2 = (A\cos\chi)^2 . \left(\dfrac{\sin[\pi a(\sin\varrho''\sin\psi - \sin\varrho\sin\chi)\lambda^{-1}]}{[\pi a(\sin\varrho''\sin\psi - \sin\varrho\sin\chi)\lambda^{-1}]}\right)^2\\[2ex]
\qquad\qquad\times\left(\dfrac{\sin[\pi b(\sin\varphi''\sin\psi - \sin\varphi\sin\chi)\lambda^{-1}]}{[\pi b(\sin\varphi''\sin\psi - \sin\varphi\sin\chi)\lambda^{-1}]}\right)^2,\\[2ex]
\text{oder abgekürzt,}\qquad (A)^2 = (A\cos\chi)^2 . \left(\dfrac{\sin\frac{1}{2}a_,}{\frac{1}{2}a_,}\right)^2 . \left(\dfrac{\sin\frac{1}{2}b_,}{\frac{1}{2}b_,}\right)^2
\end{cases}
$$

§. 84. Fällt der optische Mittelpunkt des Schirms mit dem Schwerpunkte des Parallelogramms zusammen, so wird

$$
50)\quad\begin{cases}
i = {}^1\!/_4 (q-p)_{4+3+2+1} = 0\\[2ex]
\int(a) = A\cos\chi\dfrac{\sin\frac{1}{2}(q-p)_{2-1}}{\frac{1}{2}(q-p)_{2-1}} . \dfrac{\sin\frac{1}{2}(q-p)_{3-1}}{\frac{1}{2}(q-p)_{3-1}} = A\cos\chi\left(\dfrac{\sin\frac{1}{2}a_,}{\frac{1}{2}a_,}\right)\left(\dfrac{\sin\frac{1}{2}b_,}{\frac{1}{2}b_,}\right), \int(b) = o\\[2ex]
(A)^2 = \overline{\int(a)}^2 \quad \text{und} \quad \iint(U) = (A)\sin\alpha = A\cos\chi\left(\dfrac{\sin\frac{1}{2}a_,}{\frac{1}{2}a_,}\right)\left(\dfrac{\sin\frac{1}{2}b_,}{\frac{1}{2}b_,}\right)\sin\alpha.
\end{cases}
$$

§. 85. Um den Inhalt des Ausdrucks der Intensität des gebeugten Lichtes (49.) genau kennen zu lernen und zugleich anschaulich darzustellen, sey (*Taf. III. Fig. 33.*) *abXY* die Ebene des Schirmes, *N* der optische Mittelpunkt desselben, *NH* die Richtung der direkten, und *NT* die Richtung der gebeugten Strahlen.

Denken wir uns um den Mittelpunkt *N* mit einem Radius *NH*, welcher der Brennweite des Objektivs oder der Vereinigungsweite der Strahlen im Auge gleich ist, eine Kugelfläche beschrieben, so werden

wir diese Fläche als den Ort der Erscheinung ansehen können. Ziehen wir ferner die Linien Na, Nb parallel mit den Seiten a, b des Parallelogramms und legen wir durch diese Punkte H und T Ebenen, senkrecht auf diese Linien, so werden auf der Kugelfläche die Kreise XHX, YHY, TT'' und TT' entstehen, welche je zwei und zwei mit einander parallel sind.

Die beiden ersten will ich aus Gründen, die weiter unten folgen, die Hauptkreise des Bildes und die beiden letzten die coordinirten Kreise des Punktes T nennen.

Bezeichnen wir nun noch die Projektionen der Punkte H, T und der coordinirten Durchschnittspunkte T' T'' auf der Schirmfläche mit P, M, M', M'' und die Durchschnittspunkte der Linien Na, Nb in den 4 Kreisebenen mit A, B, $A_,$, $B_,$, so ist leicht einzusehen, dass

$$PNA = \varrho + 90^\circ - 180^\circ = \varrho - 90^\circ$$

$$PNB = 180^\circ - (\varphi + 90^\circ) = 90^\circ - \varphi \quad \text{und}$$

$$HNP = 90^\circ - \chi$$

dass folglich

$$NA = \sin\varrho \sin\chi \qquad NB = \sin\varphi \sin\chi$$

$$NA_, = \sin\varrho'' \sin\psi \quad \text{und} \qquad NB_, = \sin\varphi'' \sin\psi \quad \text{und}$$

$$AA_, = \sin\varrho'' \sin\psi - \sin\varrho \sin\chi. \qquad BB_, = \sin\varphi'' \sin\psi - \sin\varphi \sin\chi.$$

Nun ist im Allgemeinen für eine beliebige Richtung NT der gebeugten Strahlen

$$(A)^2 = (A\cos\chi)^2 \cdot \left(\frac{\sin[\pi a(\sin\varrho''\sin\psi - \sin\varrho\sin\chi)\lambda^{-1}]}{[\pi a(\sin\varrho''\sin\psi - \sin\varrho\sin\chi)\lambda^{-1}]}\right)^2 \times \left(\frac{\sin[\pi b(\sin\varphi''\sin\psi - \sin\varphi\sin\chi)\lambda^{-1}]}{[\pi b(\sin\varphi''\sin\psi - \sin\varphi\sin\chi)\lambda^{-1}]}\right)^2$$

folglich

51) $$(A)^2 = (A\cos\chi)^2 \cdot \left(\frac{\sin[\pi a(AA_,)\lambda^{-1}]}{[\pi a(AA_,)\lambda^{-1}]}\right)^2 \times \left(\frac{\sin[\pi b(BB_,)\lambda^{-1}]}{[\pi b(BB_,)\lambda^{-1}]}\right)^2.$$

§. 86. Setzen wir $AA_, = 0$ und auch $BB_, = 0$, so fällt der Punkt T mit dem Punkte H zusammen, und ein jeder der beiden letzten Faktoren des Werthes von $(A)^2$ wird $= 1$. Die Intensität des ungebeugten Lichtes in der Achse H des Bildes ist also

$$(A)^2_{\mu} = (A\cos\chi)^2$$

was wir schon wussten. Nehmen wir die Intensität in der Achse des Bildes zur Einheit an, so wird der obige allgemeine Ausdruck für einen beliebigen Punkt T

52) $T.)\quad (A)^2 = \left(\frac{\sin[\pi a(AA_,)\lambda^{-1}]}{[\pi a(AA_,)\lambda^{-1}]}\right)^2 \times \left(\frac{\sin[\pi b(BB_,)\lambda^{-1}]}{[\pi b(BB_,)\lambda^{-1}]}\right)^2.$

§. 87. Setzen wir blos $AA_, = 0$, so fällt der Punkt T auf den Hauptkreis XHX, der erste Faktor $\left(\frac{\sin[\pi a(AA_,)\lambda^{-1}]}{[\pi a(AA_,)\lambda^{-1}]}\right)^2$ wird $= 1$ und die Intensität des Lichtes für einen beliebigen Punkt T' auf dem genannten Hauptkreise wird daher

53) $XHX\quad T'.)\quad (A)_,^2 = \left(\frac{\sin[\pi b(BB_,)\lambda^{-1}]}{[\pi b(BB_,)\lambda^{-1}]}\right)^2.$

Dieser Ausdruck hat, wie man sieht, ganz dieselbe Form, wie derjenige, welchen wir oben (23.) für die Spektra eines Spaltes gefunden haben.

§. 88. Auf dem andern Hauptkreise findet man die Intensität des Lichts ausgedrückt durch

54) $YHY\quad T''.)\quad (A)_{,,}^2 = \left(\frac{\sin[\pi a(AA_,)\lambda^{-1}]}{[\pi a(AA_,)\lambda^{-1}]}\right)^2.$

§. 89. Setzen wir in dem allgemeinen Ausdruck den Bogen

$$\pi b(BB_,)\lambda^{-1} = \pm m\pi \quad \text{oder} \quad BB_, = \pm \frac{m\lambda}{b},$$

so wird

$$(A)^2 = 0.$$

Nehmen wir daher die Linie $BB_,$ nach und nach $= \pm\frac{\lambda}{b}, \pm\frac{2\lambda}{b}, \pm\frac{3\lambda}{b}, \ldots$ und legen wir durch die Endpunkte coordinirte Kreisebenen mit der Hauptebene YHY parallel, so ist auf den Umfängen dieser coordinirten Kreise die Intensität des Lichts überall $=$ Null. Das Bild muss daher auf diesen Kreisumfängen wie von dunkeln Strassen durchschnitten erscheinen.

§. 90. Setzen wir

$$\pi a(AA_,)\lambda^{-1} = \pm m\pi, \quad \text{oder} \quad AA_, = \pm\frac{m\lambda}{a}$$

so wird ebenfalls

$$(A)^2 = 0$$

Nehmen wir daher die Linie $AA_{\prime}$ nach und nach $= \pm\frac{\lambda}{a}, \pm\frac{2\lambda}{a}, \pm\frac{3\lambda}{a} \ldots$ und legen wir coordinirte Kreise durch die Endpunkte, parallel mit dem Hauptkreise XHX, so ist auch auf den Umfängen dieser Kreise die Intensität des Lichts = Null, das Bild muss daher auch auf diesen letzten Umfängen wie von dunkeln Strassen durchschnitten erscheinen.

Da unter keiner andern Bedingung, ausser den beiden vorhergehenden, der Werth von $(A)^2$ verschwindet, so kann also in keinem Punkte des Bildes ausserhalb der obengenannten dunkeln Strassen die Intensität = Null werden. Das Bild muss demnach aus lauter parallelogrammartigen Spektern zusammengesetzt seyn.

§. 91. Der Winkel, welchen die Durchmesser XX, YY der Hauptkreise mit einander bilden, ist das Supplement von demjenigen, welchen die beiden Seiten a und b des Parallelogrammes mit einander bilden, und den wir mit η bezeichnen wollen, d. i.

$$XPY = 180^0 - aNb = 180^0 - \eta.$$

Es ist daher $BB_{\prime} = (PM') \sin\eta$ und $AA_{\prime} = (PM'') \sin\eta$,

$b(BB_{\prime}) = (PM')\, b \sin\eta$ und $a(AA_{\prime}) = (PM'')\, a \sin\eta$;

$b \sin\eta$ und $a \sin\eta$ sind aber die auf den Seiten a und b senkrecht stehenden Höhen des Parallelogramms. Bezeichnen wir diese mit h' und h'', so wird demnach

55) $b(BB_{\prime}) = (PM')\, h'$ und $a(AA') = (PM'')\, h''$

und die Ausdrücke (53. und 54.) verwandeln sich in

56) $$\begin{cases} XHX. \quad T'.) \quad (A)_{\prime}^{2} = \left(\frac{\sin[\pi h'(PM')\lambda^{-1}]}{[\pi h'(PM')\lambda^{-1}]}\right)^2 \text{ und} \\ YHY. \quad T''.) \quad (A)_{\prime\prime}^{2} = \left(\frac{\sin[\pi h''(PM'')\lambda^{-1}]}{[\pi h''(PM'')\lambda^{-1}]}\right)^2 \end{cases}$$

Die dunkeln Stellen auf den beiden Hauptkreisen entsprechen daher den Projektionen $M'M''$, für welche

57) $$\begin{cases} XHX. \quad \pi h'(PM')\lambda^{-1} = \pm m\pi, \text{ oder } PM' = \pm\frac{m\lambda}{h'} \text{ und} \\ YHY. \quad \pi h''(PM'')\lambda^{-1} = \pm m\pi, \text{ oder } PM'' = \pm\frac{m\lambda}{h''} \text{ ist.} \end{cases}$$

Wir erhalten daher diese Stellen, wenn wir auf den Grundlinien XX, YY, auf beiden Seiten von P Einheiten wiederholt auftragen, welche respektive den Quotienten $\frac{\lambda}{h'}$, $\frac{\lambda}{h''}$ gleich, oder den Höhen h', h'' verkehrt proportional sind, und in den Endpunkten Senkrechte bis zu den Hauptkreisen errichten. Man wird leicht bemerken, dass diese Construktion identisch ist mit derjenigen, welche wir §. 74. bei einem Spalte angewendet haben. Auch ist leicht einzusehen, dass, wenn man die Bögen

$FH = \chi'$, $FT' = \psi'$, $GH = \chi''$, $GT'' = \psi''$ setzt,

58)
$$\begin{cases} PM' = (\sin\psi' - \sin\chi') \quad PM'' = (\sin\psi'' - \sin\chi'') \quad \text{und} \\ (A)^2 = \left(\dfrac{\sin[\pi h'(\sin\psi' - \sin\chi')\lambda^{-1}]}{[\pi h'(\sin\psi' - \sin\chi')\lambda^{-1}]}\right)^2 \times \left(\dfrac{\sin[\pi h''(\sin\psi'' - \sin\chi'')\lambda^{-1}]}{[\pi h''(\sin\psi'' - \sin\chi'')\lambda^{-1}]}\right)^2 \end{cases}$$

wird, und dass der Ausdruck der Intensität auf jedem Hauptkreise dem in §. 72. untersuchten vollkommen gleich wird, wenn man nur anstatt der Entfernung der Ränder des Spaltes die Entfernung der gegenüberliegenden Seiten des Parallelogramms setzt.

§. 92. Denkt man sich zwischen die dunkeln Stellen die Intensitäten, welche wir in der Tabelle I. berechnet und in *Fig. 19.* dargestellt haben, so wird man sich eine klare Vorstellung machen können von den Intensitäten des Lichts auf den Hauptkreisen des Bildes. Zur Berechnung dienen jedenfalls die vorhergehenden Formeln.

§. 93. Setzen wir die Intensität des ungebeugten Lichts in der Achse des Bildes $= 1$, so ist für einen beliebigen Punkt T nach (52.) (56.) und §. 91.

59) $$T.)\quad (A)^2 = \left(\frac{\sin[\pi h'(PM')\lambda^{-1}]}{[\pi h'(PM')\lambda^{-1}]}\right)^2 \times \left(\frac{\sin[\pi h''(PM'')\lambda^{-1}]}{[\pi h''(PM'')\lambda^{-1}]}\right)^2$$
$$= (A)_{,}^2 \times (A)_{,,}^2.$$

Diese beiden Faktoren stellen aber einzeln die Intensitäten des Lichts in den coordinirten Punkten T' und T'' auf den Hauptkreisen vor. Es folgt hieraus der merkwürdige Satz, dass die Intensität des Lichts in einem beliebigen Punkte T gleich ist dem Produkte der Intensitäten der coordinirten Punkte T' und T'' auf den beiden Hauptkreisen; vorausgesetzt, dass man die Intensität des ungebeugten Lichts in der Achse des Bildes zur Einheit annehme. Da man nun

auf den beiden Hauptkreisen die Intensitäten kennt, so lassen sich mit Hilfe dieses Lehrsatzes die Intensitäten aller übrigen Punkte leicht bestimmen.

§. 94. Aus den vorhergehenden Gesetzen ergibt sich nun folgende sehr leichte Construktion für den Grundriss der Erscheinung.

Es sey *ABCD* (*Taf. III. Fig. 37.*) die Gestalt und Lage der parallelogrammartigen Oeffnung in der Ebene des Schirms. Durch einen in dieser Ebene beliebig angenommenen Punkt o, welcher dem Punkte *P* in der vorigen Figur oder der projizirten Mitte des Bildes entspricht, ziehen wir die Hauptlinien *XX, YY* senkrecht auf die verlängerten Seiten *a, b* des Parallelogramms und tragen auf dieselben, von dem Punkte o aus, Einheiten, welche den Werthen

$$PM' = \pm \frac{\lambda}{h'}, \qquad PM'' = \pm \frac{\lambda}{h''}$$

proportional sind. Zu solchen Einheiten oder Repräsentanten von $\frac{\lambda}{h'}$ und $\frac{\lambda}{h''}$ wählen wir am passendsten die Seiten a und b des Parallelogramms, weil $a = \frac{\lambda}{h'}$ und $b = \frac{\lambda}{h''}$ wird, wenn man, was für den vorliegenden Zweck erlaubt ist, λ als die Oberfläche des Parallelogramms ansieht.

Auf der Hauptlinie *XX* können wir demnach die Seite a und auf *YY* die Seite b als Einheiten für PM' und PM'' auftragen. Die Endpunkte der aufgetragenen Einheiten sind die gesuchten Projektionen der dunkeln Stellen; sie sind in der Figur mit den geraden Zahlen

$$2', 4', 6', 8', \ldots \quad 2'', 4'', 6'', 8'', \ldots$$

bezeichnet. Ziehen wir durch diese Punkte Linien immer mit der andern Hauptlinie parallel, so erhalten wir die Projektionen der dunkeln Strassen des Bildes, auf welchen überall vollkommene Finsterniss herrscht.

§. 95. Aus dieser Construktion ergibt sich, dass die Projektion des Zentralspektrums und derjenigen Spektra, welche in den Winkeln des Kreuzes ausserhalb der Achsen liegen, dieselbe Gestalt haben, wie die Oeffnung des Schirms.

Ist die Oeffnung ein Rechteck, so stehen die Hauptlinien des Bildes und alle dunkeln Strassen auf einander senkrecht und die Projektionen aller Spektra sind Rechtecke.

Ist die Oeffnung ein verschobenes Quadrat, so sind die Projektionen der Spektra auf beiden Hauptlinien einander vollkommen gleich; je weiter dagegen der obere Rand der Oeffnung von dem untern sich entfernt, desto niederer werden die Spektra, so dass bei einem sehr hohen Spalt die Spektra auf der Linie *XX*, ihrer Feinheit wegen, nicht mehr unterschieden werden können, und daher einen blossen Lichtstreif zu bilden scheinen. Aus den beiden Lehrsätzen, dass die Intensität der Spektra auf den beiden Hauptlinien dieselbe ist, wie wir sie oben §. 53. (23) für einen rechtwinklichen Spalt gefunden haben, und dass in irgend einem andern Punkte die Intensität gleich sey dem Produkte der Intensitäten der coordinirten Punkte auf den Hauptlinien, ergibt sich, dass in den Oertern, deren Projektionen hier unten aufgeführt sind, die Intensität des Lichts die beigesetzte Grösse hat. Man vergleiche auch die Tabelle I.

Ort des Spektrums	Intensität des Lichts	Ort des Spektrums	Intensität des Lichts	Ort des Spektrums	Intensität des Lichts
0′ oder 0″	1,0000	9′ oder 9″	0,0050	*p* oder (3′.3″)	0,0020
1′ oder 1″	0,4053	11′ oder 11″	0,0033	*q* oder (3′.5″)	0,0007
3′ oder 3″	0,0450	13′ oder 13″	0,0024	*r* oder (3′.7″)	0,0004
5′ oder 5″	0,0162	15′ oder 15″	0,0018	*s* oder (3′.9″)	0,0002
7′ oder 7″	0,0083	17′ oder 17″	0,0014	*t* oder (5′.5″)	0,0003

Die Intensität des ersten Winkelspektrums *p*, welches wir mit (3′.3″) bezeichnet haben, ist z. B. $0{,}0450 \times 0{,}0450 = 0{,}0020$, also 500mal schwächer als die Intensität des Lichts in der Mitte des Zentralspektrums und noch nicht ganz so stark, als die Intensität des Spektrums in 13 auf einer der Hauptlinien.

Das Spektrum (5′.5″) in *t* ist wieder nahe 8mal schwächer, als jenes; seine Intensität liegt in der Mitte zwischen den Intensitäten von *r* und *s* und ist etwa gleich der Intensität des 18ten Spektrums auf einer der Hauptlinien. Es ergibt sich hieraus, dass diese Winkelspektra nur bei sehr intensivem Lichte sichtbar werden können.

§. 96. Ziehen wir durch irgend einen Punkt *M′* der Hauptlinie *XX* eine Linie mit der andern Hauptlinie parallel, so wird nach denselben Lehrsätzen die Intensität für einen jeden Punkt dieser Parallelen

erhalten, wenn man die Intensität des entsprechenden Punktes auf der Hauptlinie YY immer in demselben Verhältnisse vermindert, in welchem die Intensität des Punktes M' kleiner ist, als die Intensität im Centrum des Bildes. Geht die Linie $M'M$ z. B. durch den Punkt 3', in welchem die Intensität 0,045 oder ohngefähr 22mal kleiner ist, als in der Mitte des Bildes, so ist die Intensität auf allen Punkten dieser Linie 22mal kleiner, als in den entsprechenden Punkten der Linie YY. Da nun die Intensität auf beiden Hauptlinien genau bekannt ist, so wird man sich leicht mit Hilfe dieser Betrachtung eine deutliche Vorstellung von der Intensität aller Spektra machen können. Ja, es wäre selbst hiernach leicht, zwischen den dunkeln Strassen auf den verschiedenen parallelogrammartigen Feldern wirkliche Berge zu construiren, welche die Lichtberge der Erscheinung vollkommen darstellen würden.

§. 97. Der Grundriss des Bildes hängt, wie wir eben gesehen haben, blos von der Richtung und von der Grösse der Seiten des Parallelogramms ab. Es folgt hieraus der merkwürdige Satz, dass dieser Grundriss derselbe bleibt, die Richtung der einfallenden Strahlen möge seyn, welche sie wolle.

Nicht so unveränderlich ist das Bild selbst. Der Grundriss ist immer symmetrisch; das Bild hingegen nur dann, wenn die direkten Strahlen auf der Schirmfläche senkrecht stehen und P mit N zusammenfällt. Je grösser die Neigung des Schirms gegen die direkten Strahlen ist, desto weiter entfernt sich P von N und desto mehr verliert sich die vollkommene Symmetrie der Spektra auf der Kugelfläche.

§. 98. Ist die Normalebene der direkten Strahlen mit einer Seite des Parallelogramms parallel, z. B. mit der Seite a, so fällt P mit A zusammen, H nimmt die Mitte des Hauptkreises XHX ein, und die Spektra werden alsdann auf demjenigen Hauptkreise symmetrisch, welcher auf der genannten Seite des Parallelogramms senkrecht steht.

§. 99. Steht die Normalebene der direkten Strahlen auf der Seite a senkrecht, so theilt der Hauptkreis XHX die Kugelfläche in 2 gleiche Theile, und die Spektra werden alsdann symmetrisch in Beziehung auf den Kreis XHX, wenn die Oeffnung ein Rechteck ist. In diesem Falle wird $PM = \sin\psi - \sin\chi$. Betrachten wir daher blos die Spektra auf dem Hauptkreise XHX, so wird für diesen

60) $XHX.\quad T'.)\quad (A)_{,}^{2} = (A\cos\chi)^2 \left(\frac{\sin[\pi h'(\sin\psi - \sin\chi)\lambda^{-1}]}{[\pi h'(\sin\psi - \sin\chi)\lambda^{-1}]}\right)^2,$

oder abgekürzt $(A)_{,}^{2} = (A\cos\chi)^2 \left(\frac{\sin\frac{1}{2}h_{,}}{\frac{1}{2}h_{,}}\right)^2$

ein Ausdruck, welcher identisch ist mit demjenigen, welchen wir §. 53. (23.) für die Spektra eines Spaltes gefunden haben.

§. 100. Genau, wie die Theorie es voraussagt, zeigt sich die Gestalt, Anordnung und Stärke der Spektra. Man beobachtet sie am leichtesten und sehr schön, wenn man zwei mit einem feinen Spalte versehene Stanniolblättchen quer über einander gelegt, unmittelbar vor das Auge hält, und durch das kleine parallelogrammartige Löchelchen das Sonnenbild auf dem geschwärzten Uhrglase oder auf einem kleinen Metallspiegel, wozu man einen gut polirten Kleiderknopf gebrauchen kann, betrachtet. Bleibt der eine Spalt vertikal, während der andere von der horizontalen Lage nach und nach in die vertikale übergeht, so bleiben die Spektra, welche dem ersten Spalte entsprechen, immer horizontal, die anfangs vertikalen des zweiten Spaltes aber nehmen allmählich eine immer mehr schiefe Lage an, bis sie zuletzt mit dem horizontalen zusammenfallen. Während dieser Veränderung werden beide Reihen von Spektern immer schmäler und mehr verzogen, so wie das Zentralspektrum, welches der Oeffnung immer ähnlich bleibt, ihre Mittelpunkte aber nehmen auf den Achsen beständig dieselben Stellen ein und behalten die ursprüngliche Entfernung von der Mitte des ganzen Bildes. Alles ganz in Uebereinstimmung mit der Theorie. Dass auch die Intensität der Spektra und namentlich der Winkelspektra, welche kaum zu erkennen sind, wenn nicht das Licht sehr intensiv ist, in dem oben angezeigten Verhältnisse stehen, werden wir weiter unten noch deutlicher sehen.

§. 101. Gebraucht man das Fernrohr, um diese Erscheinungen zu beobachten, so kann man die Spalte in den Stanniolblättchen einige Linien und selbst einige Zoll breit machen.

Durch das Vorhergehende ist das von Fraunhofer in seiner Abhandlung „Neue Modification des Lichts pag. 16.“ beschriebene Kreuz erklärt.

§. 102. Um die Dimensionen der Erscheinung auch durch eine wirkliche Messung zu verifiziren, habe ich bei einer quadratförmigen

Oeffnung von 5 Millimeter Seite die Entfernung der von mir mit -6 und $+6$ bezeichneten dunkeln Stellen oder $2\sin\vartheta^{(3)}=\frac{6\lambda}{\gamma}$ gemessen. Ich fand durch eine 3malige Repetition,

für weisses Licht, $\vartheta^{(3)} = 1'.\ 10''2$, für rothes, $\vartheta^{(3)} = 1'.\ 14''4$.

Die Theorie fordert im ersten Fall $1'.\ 10''5$, im zweiten $1'.\ 18''3$.

Bei einer Oeffnung von 10 Millimeter Seite fand ich durch 2malige Repetition,

für rothes Licht, $\vartheta^{(1)} = 53''3$. Die Theorie fordert hier $52''2$.

Die Uebereinstimmung muss als sehr befriedigend angesehen werden, besonders, da die Messung dieser kleinen Winkel, wegen des unsichern Einstellens des Micrometerfadens, sehr schwierig ist.

IV. Bestimmung der Erscheinung, welche ein homogener Lichtpunkt zeigt, wenn man denselben durch eine dreieckige Oeffnung betrachtet.

§. 103. Wenn man in den allgemeinen Ausdrücken, welche wir für eine trapezförmige Oeffnung gefunden haben, die vierte Seite $d=$ Null setzt, so verwandelt sich das Trapez *ABCD* (*Taf. III. Fig. 34.*) in ein Dreieck. (Man sehe *Taf. IV. Fig. 41.*) Durch diese Veränderung wird

$$q_4=q_1,\ p_4=p_1,\ \text{also}\ (q-p)_4=(q-p)_1\ \text{und}\ (q-p)_{4-1}=0,$$

folglich

$$61)\begin{cases} f(a)=\dfrac{A\cos\chi}{\frac{1}{2}(q-p)_{3-1}}\left[+\dfrac{\sin\frac{1}{2}(q-p)_{3-2}}{\frac{1}{2}(q-p)_{3-2}}\sin\tfrac{1}{2}(q-p)_{3+2}-\dfrac{\sin\frac{1}{2}(q-p)_{2-1}}{\frac{1}{2}(q-p)_{2-1}}\sin\tfrac{1}{2}(q-p)_{2+1}\right], \\ f(b)=\dfrac{A\cos\chi}{\frac{1}{2}(q-p)_{3-1}}\left[-\dfrac{\sin\frac{1}{2}(q-p)_{3-2}}{\frac{1}{2}(q-p)_{3-2}}\cos\tfrac{1}{2}(q-p)_{3+2}+\dfrac{\sin\frac{1}{2}(q-p)_{2-1}}{\frac{1}{2}(q-p)_{2-1}}\cos\tfrac{1}{2}(q-p)_{2+1}\right], \\ \operatorname{tang} i=\dfrac{f(b)}{f(a)},\quad ff(U)=(A)\sin(a-i),\quad \text{und} \\ (A)^2=\left(\dfrac{A\cos\chi}{\frac{1}{2}(q-p)_{3-1}}\right)^2\left[\left(\dfrac{\sin\frac{1}{2}(q-p)_{3-2}}{\frac{1}{2}(q-p)_{3-2}}\right)^2+\left(\dfrac{\sin\frac{1}{2}(q-p)_{2-1}}{\frac{1}{2}(q-q)_{2-1}}\right)^2-2\dfrac{\sin\frac{1}{2}(q-p)_{3-2}}{\frac{1}{2}(q-p)_{3-2}}\times\dfrac{\sin\frac{1}{2}(q-p)_{2-1}}{\frac{1}{2}(q-p)_{2-1}}\cos\tfrac{1}{2}(q-p)_{3-1}\right]. \end{cases}$$

Der letzte Ausdruck kann auch unter folgende Formen gebracht werden:

$$62)\ (A)^2=\left(\frac{A\cos\chi}{\frac{1}{2}(q-p)_{3-1}}\right)^2\left[\left(\frac{\sin\frac{1}{2}(q-p)_{3-2}}{\frac{1}{2}(q-p)_{3-2}}\right)^2+\left(\frac{\sin\frac{1}{2}(q-p)_{2-1}}{\frac{1}{2}(q-p)_{2-1}}\right)^2-2\frac{\sin\frac{1}{2}(q-p)_{3-2}}{\frac{1}{2}(q-p)_{3-2}}\times\frac{\sin\frac{1}{2}(q-p)_{2-1}}{\frac{1}{2}(q-p)_{2-1}}\cos\tfrac{1}{2}(q-p)_{3-1}\right],$$

$$63)\ (A)^2=\left(\frac{A\cos\chi}{\frac{1}{2}(q-p)_{3-2}}\right)^2\left[\left(\frac{\sin\frac{1}{2}(q-p)_{2-1}}{\frac{1}{2}(q-p)_{2-1}}\right)^2+\left(\frac{\sin\frac{1}{2}(q-p)_{3-1}}{\frac{1}{2}(q-p)_{3-1}}\right)^2-2\frac{\sin\frac{1}{2}(q-p)_{2-1}}{\frac{1}{2}(p-p)_{2-1}}\times\frac{\sin\frac{1}{2}(q-p)_{3-1}}{\frac{1}{2}(q-p)_{3-1}}\cos\tfrac{1}{2}(q-p)_{2-1}\right],$$

und mit Hilfe der trigonometrischen Lehrsätze

$$+\sin x\sin y=\tfrac{1}{2}[\cos(x-y)-\cos(x+y)],\qquad -\cos x\sin y=\tfrac{1}{2}[\sin(x-y)-\sin(x+y)]$$

kann man den vorhergehenden Gleichungen die folgende mehr symmetrische Gestalt geben:

$$64)\begin{cases} f(a)=\dfrac{2A\cos\chi}{(q-p)_{2-1}(q-p)_{3-1}(q-p)_{3-2}}[-(q-p)_{3-2}\cos(q-p)_1+(q-p)_{3-1}\cos(q-p)_2-(q-p)_{2-1}\cos(q-p)_3], \\ f(b)=\dfrac{2A\cos\chi}{(q-p)_{2-1}(q-p)_{3-1}(q-p)_{3-2}}[-(q-p)_{3-2}\sin(q-p)_1+(q-p)_{3-1}\sin(q-p)_2-(q-p)_{2-1}\sin(q-p)_3], \\ (A)^2=\dfrac{(A\cos\chi)^2}{\frac{1}{2}(q-p)_{2-1}\,\frac{1}{2}(q-p)_{3-1}\,\frac{1}{2}(q-p)_{3-2}}\left[\dfrac{(\sin\frac{1}{2}(q-p)_{2-1})^2}{\frac{1}{2}(q-p)_{2-1}}-\dfrac{(\sin\frac{1}{2}(q-p)_{3-1})^2}{\frac{1}{2}(q-p)_{3-1}}+\dfrac{(\sin\frac{1}{2}(q-p)_{3-2})^2}{\frac{1}{2}(q-p)_{3-2}}\right]. \end{cases}$$

In allen diesen Ausdrücken ist nach (42.) und weil $(q-p)_{\cdot}=(q-p)_{,}$

$$65)\quad\begin{cases}+\tfrac{1}{2}(q-p)_{,-,}=\pi a\,(\sin\varrho''\sin\psi-\sin\varrho\sin\chi)\,\lambda^{-1}&=\tfrac{1}{2}a_{,},\\ -\tfrac{1}{2}(q-p)_{\imath-,}=\pi b\,(\sin\varphi''\sin\psi-\sin\varphi\sin\chi)\,\lambda^{-1}&=\tfrac{1}{2}b_{,},\\ -\tfrac{1}{2}(q-p)_{\imath-,}=\pi c\,(\sin\xi''\sin\psi-\sin\xi\sin\chi)\,\lambda^{-1}&=\tfrac{1}{2}c_{,,}\end{cases}$$

und $\tfrac{1}{2}(q-p)_{,-,}=\tfrac{1}{2}(q-p)_{\imath-,}-\tfrac{1}{2}(q-p)_{\imath-,}$, oder $\tfrac{1}{2}a_{,}=\tfrac{1}{2}c_{,}-\tfrac{1}{2}b_{,}$.

§. 104. Um den Inhalt des Ausdruckes der Intensität des gebeugten Lichts (63.) anschaulich darstellen zu können, sey, wie bei der parallelogrammartigen Oeffnung §. 85. *abXY* (*Taf. IV. Fig. 42*) die Ebene des Schirms, *N* der optische Mittelpunkt desselben, *NH* die Richtung der direkten und *NT* die Richtung der gebeugten Strahlen. Die Linien *Na, Nb, Nc* seyen parallel gezogen mit den Seiten *a, b, c* des Dreiecks und *XHX, YHY, ZHZ* seyen die durch *H* gelegten und auf jenen Linien senkrecht stehenden Hauptkreise. Denken wir uns nun auch noch durch den Punkt *T* die drei coordinirten Kreise, parallel mit den genannten Hauptkreisen, und alles Uebrige wie bei dem Parallelogramm, so werden wir haben:

$$66)\quad\begin{cases}NA=\sin\varrho\sin\chi,\; NA_{,}=\sin\varrho''\sin\psi \;\text{ und }\; AA_{,}=\sin\varrho''\sin\psi-\sin\varrho\sin\chi,\\ NB=\sin\varphi\sin\chi,\; NB_{,}=\sin\varphi''\sin\psi \;\text{ und }\; BB_{,}=\sin\varphi''\sin\psi-\sin\varphi\sin\chi,\\ NC=\sin\xi\sin\chi,\; NC_{,}=\sin\xi''\sin\psi \;\text{ und }\; CC_{,}=\sin\xi''\sin\psi-\sin\xi\sin\chi,\end{cases}$$

also nach (55. und 56.)

$$66)\text{b.}\quad\begin{cases}+\tfrac{1}{2}(q-p)_{,-,}=\pi a(AA_{,})\lambda^{-1}=\pi h''(PM'')\lambda^{-1}\\ -\tfrac{1}{2}(q-p)_{\imath-,}=\pi b(BB_{,})\lambda^{-1}=\pi h'(PM')\lambda^{-1}\\ -\tfrac{1}{2}(q-p)_{\imath-,}=\pi c(CC_{,})\lambda^{-1};\end{cases}$$

wo immer $\tfrac{1}{2}(q-p)_{,-,}=\tfrac{1}{2}(q-p)_{\imath-,}-\tfrac{1}{2}(q-p)_{\imath-,}$ ist.

Setzen wir $AA_{,}$ und $BB_{,}=0$, so wird auch $CC_{,}=0$, der Punkt *T* fällt mit *H* zusammen und $(A)^2$ reduzirt sich auf $(A\cos\chi)^2$. Man findet

dieses ohne Mühe, wenn man die Vorsicht gebraucht, in den allgemeinen Ausdrücken, bei unendlich kleinen Bögen,

$$\sin x = x - \tfrac{1}{6} x^3 \quad \text{und} \quad \cos x = 1 - \tfrac{1}{2} x^2$$

zu setzen.

Setzen wir blos $AA_{\prime} = 0$, so fällt T auf den Hauptkreis XHX, $\frac{1}{2}(q-p)_{3-4}$ wird gleich $\frac{1}{2}(q-p)_{3'-4'}$ und die Gleichung (63.) reduzirt sich auf

67)
$$\left\{\begin{aligned} (A)_{\prime}^2 &= \left(\frac{A\cos\chi}{\pi b(BB_{\prime})\lambda^{-1}}\right)^2 \Bigg[1 + \left(\frac{\sin[\pi b(BB_{\prime})\lambda^{-1}]}{[\pi b(BB_{\prime})\lambda^{-1}]}\right)^2 \\ &\qquad - 2\frac{\sin[\pi b(BB_{\prime})\lambda^{-1}]}{[\pi b(BB_{\prime})\lambda^{-1}]} \cos[\pi b(BB_{\prime})\lambda^{-1}]\Bigg], \\ &\text{oder} \\ (A)_{\prime}^2 &= \left(\frac{A\cos\chi}{\pi h'(PM')\lambda^{-1}}\right)^2 \Bigg[1 + \left(\frac{\sin[\pi h'(PM')\lambda^{-1}]}{[\pi h'(PM')\lambda^{-1}]}\right)^2 \\ &\qquad - 2\frac{\sin[\pi h'(PM')\lambda^{-1}]}{[\pi h'(PM')\lambda^{-1}]} \cos[\pi h'(PM')\lambda^{-1}]\Bigg]. \end{aligned}\right.$$

Da dieser Ausdruck sich auf die folgende Form

68)
$$(A)_{\prime}^2 = (A\cos\chi)^2 \left(\frac{\sin[\pi b(BB_{\prime})\lambda^{-1}]}{[\pi b(BB_{\prime})\lambda^{-1}]}\right)^2 + \left(\frac{A\cos\chi}{[\pi b(BB_{\prime})\lambda^{-1}]}\right)^2 \left(\cos[\pi b(BB_{\prime})\lambda^{-1}] - \frac{\sin[\pi b(BB_{\prime})\lambda^{-1}]}{[\pi b(BB_{\prime})\lambda^{-1}]}\right)^2$$

bringen lässt, und da der 2te Theil niemals Null werden kann, es sey denn, dass $BB_{\prime} = 0$ werde, so sieht man, dass auf dem Hauptkreise XHX die Intensität des Lichts nirgends Null werden kann, und dass also bei einer dreieckigen Oeffnung keine vollkommen dunkle Stellen auf dem Hauptkreise vorkommen, wie wir dieses bei einer parallelogrammartigen Oeffnung gefunden haben. Auch zeigt der letzte Ausdruck, dessen erster Theil die Intensität auf den Hauptkreisen einer parallelogrammartigen Oeffnung vorstellt, dass bei gleicher Lichtmenge (gleicher Intensität des ungebeugten Lichts) und gleicher Höhe der beiden Arten von Oeffnungen, bei dem Dreieck die Intensität immer grösser ist, als bei dem Parallelogramm, die Mitte H des Bildes ausgenommen, wo beide Intensitäten gleich sind.

Setzen wir $\pi b(BB_{,})\lambda^{-1} = \pm m\pi$, so wird

69) $$\begin{cases} BB_{,} = \pm \frac{m\lambda}{b} \text{ oder } PM' = \pm \frac{m\lambda}{h'} \text{ und} \\ (A)_{,}^{2} = \frac{(A\cos\chi)^2}{[\pi b(BB_{,})\lambda^{-1}]^2} = \frac{(A\cos\chi)^2}{[\pi h'(PM')\lambda^{-1}]^2} = \frac{(A\cos\chi)^2}{(2m.\frac{1}{2}\pi)^2}. \end{cases}$$

Diese Werthe entsprechen den dunkeln durch eine parallelogrammartige Oeffnung hervorgebrachten Stellen; ich will sie desswegen die Minima auf dem Hauptkreise *XHX* nennen. Sie nehmen ab mit dem Quadrate ihrer Entfernung von der Mitte des Bildes, oder verhalten sich umgekehrt wie die Quadrate der geraden natürlichen Zahlen. Ganz ähnliche Minima gibt es natürlich auch auf den beiden andern Hauptkreisen.

§. 108. Setzen wir $\pi b(BB_{,})\lambda^{-1} = \pm (2m+1)\frac{1}{2}\pi$, so wird

70) $$\begin{cases} BB_{,} = \pm \frac{(2m+1)\frac{1}{2}\lambda}{b} \text{ oder } PM' = \pm \frac{(2m+1)\frac{1}{2}\lambda}{h'} \text{ und} \\ (A)_{,}^{2} = \frac{(A\cos\chi)^2}{[(2m+1)\frac{1}{2}\pi]^2} + \frac{(A\cos\chi)^2}{[(2m+1)\frac{1}{2}\pi]^4}. \end{cases}$$

Ich will diese Werthe die Maxima auf dem Hauptkreise *XHX* nennen. Sie nehmen ab mit dem Quadrate der Entfernung von der Mitte des Bildes oder verhalten sich nahe umgekehrt, wie die Quadrate der ungeraden natürlichen Zahlen.

§. 109. In der Tabelle II. habe ich die Intensitäten für die Hauptkreise der Erscheinung nach der Formel (67.) berechnet und in *Fig. 45. Taf. IV.* construirt. Die Intensitäten, welche der gleich hohen rechtwinklichen Oeffnung $A'\,B'\,C'\,D'$ zugehören, sind durch die punktirte Curve angedeutet.

§. 110. Wir haben gesehen, dass es auf den Hauptkreisen des Bildes keine dunkle Stellen gibt; wir wollen nun untersuchen, ob sich dergleichen nicht anderswo vorfinden.

Betrachten wir den allgemeinen Ausdruck (63.) oder den gleichgeltenden

71) $$(A)^2 = \left(\frac{A\cos\chi}{[\pi c(CC_{,})\lambda^{-1}]}\right)^2 \left[\left(\frac{\sin[\pi a(AA_{,})\lambda^{-1}]}{[\pi a(AA_{,})\lambda^{-1}]}\right)^2 + \left(\frac{\sin[\pi b(BB_{,})\lambda^{-1}]}{[\pi b(BB_{,})\lambda^{-1}]}\right)^2 - 2\,\frac{\sin[\pi a(AA_{,})\lambda^{-1}]}{[\pi a(AA_{,})\lambda^{-1}]}\cdot\frac{\sin[\pi b(BB_{,})\lambda^{-1}]}{[\pi b(BB_{,})\lambda^{-1}]}\cos[\pi c(CC_{,})\lambda^{-1}]\right]$$

etwas genauer, so werden wir leicht bemerken, dass der zweite Faktor dem Quadrate der dritten Seite eines Dreiecks gleich ist, dessen beide andern Seiten durch

72) $$\frac{\sin[\pi a(AA_{,})\lambda^{-1}]}{[\pi a(AA_{,})\lambda^{-1}]} \quad \text{und} \quad \frac{\sin[\pi b(BB_{,})\lambda^{-1}]}{[\pi b(BB_{,})\lambda^{-1}]}$$

vorgestellt werden, und welche den Winkel $\pi c(CC_{,})\lambda^{-1}$ zwischen sich einschliessen. Die dritte Seite eines Dreiecks kann aber nur in zwei Fällen verschwinden; einmal, wenn die beiden ersten Seiten selbst = Null sind, und zweitens, wenn diese beiden Seiten einander gleich werden, und der von ihnen gebildete Winkel = Null ist. In dem letzten Falle ist $\pi c(CC_{,})\lambda^{-1} = 0$, also auch $CC_{,} = 0$. Die obige Gleichung reduzirt sich daher auf die Form (67.) §. 106., welche niemals Null werden kann. Es bleibt uns demnach nur noch der erste Fall zu betrachten übrig, in welchem die beiden andern Grössen (72.) zugleich Null sind.

§. 111. Jene Grössen werden aber gleich Null, wenn

$$\pi b(BB_{,})\lambda^{-1} = \pm m\pi \quad \text{und} \quad \pi a(AA_{,})\lambda^{-1} = \pm n\pi, \text{ oder}$$
$$\pi h'(PM')\lambda^{-1} = \pm m\pi, \quad \text{und} \quad \pi h''(PM'')\lambda^{-1} = \pm n\pi,$$

das ist, wenn

73) $$PM' = \pm\frac{m\lambda}{h'} \quad \text{und} \quad PM'' = \pm\frac{n\lambda}{h''}.$$

Die Intensität wird also = Null in allen denjenigen Punkten des Bildes, deren coordinirte auf den Hauptkreisen befindliche Punkte einem der vorhin betrachteten Minima entsprechen. Nur in diesen Punkten und an keiner andern Stelle des Bildes kann absolute Finsterniss seyn.

Während also bei einer parallelogrammartigen Oeffnung dunkle Strassen entstehen, welche das Bild in parallelen Richtungen durchschneiden, entstehen bei einer dreieckigen Oeffnung nur isolirte dunkle Plätze, welche sich an denjenigen Stellen befinden, in welchen sich jene Strassen durchkreuzen.

§. 112. Um alle diese Punkte durch eine leichte Construktion zu finden, verfahren wir, wie bei einer parallelogrammartigen Oeffnung. Wir ziehen nämlich durch einen Punkt o (*Taf. IV. Fig. 43.*), welcher die Projektion der Mitte H des Bildes vorstellt, die Hauptlinien XX, YY, ZZ,

senkrecht auf die Ränder der Oeffnung ABC und tragen auf diese Linien Einheiten, welche den Werthen

$$PM' = \frac{\lambda}{h'} \quad \text{und} \quad PM'' = \frac{\lambda}{h''}$$

proportional sind. Zu solchen Einheiten können wir auch hier wieder die entsprechenden Seiten a und b des Dreiecks wählen, weil es uns erlaubt ist $\frac{1}{2}\lambda$ als die Oberfläche des Dreiecks anzusehen, wodurch $\frac{\lambda}{h'} = a$ und $\frac{\lambda}{h''} = b$ wird. Anstatt der ganzen Seiten kann man natürlich auch proportionale Theile derselben anwenden. Ich habe bei der gegenwärtigen Construktion die Hälften derselben genommen. Die Endpunkte der aufgetragenen Einheiten bezeichnen wir mit

$$2', 4', 6', 8', \ldots \quad 2'', 4'', 6'', 8'', \ldots \quad 2''', 4''', 6''', 8''', \ldots$$

und ziehen Linien durch dieselben, welche mit den Hauptlinien parallel laufen. Die Durchschnittspunkte dieser Linien sind alsdann die Oerter, in welchen die Intensität Null ist. Unter diesen Durchschnittspunkten müssen jedoch diejenigen ausgenommen werden, welche auf den Hauptlinien selbst liegen, weil für diese die Intensität nicht Null ist, sondern durch den Ausdruck (69.) bestimmt wird.

§. 113. Ist $\pi b (BB_{,}) \lambda^{-1}$ oder $\pi h' (PM') \lambda^{-1} = \pm (2m+1) \frac{1}{2}\pi$
und zugleich $\pi a (AA_{,}) \lambda^{-1}$ oder $\pi h'' (PM'') \lambda^{-1} = \pm (2n+1) \frac{1}{2}\pi$,

so wird

$$74) \quad PM' = \pm \frac{(2m+1)\frac{1}{2}\lambda}{h'} \quad \text{und} \quad PM'' = \pm \frac{(2n+1)\frac{1}{2}\lambda}{h''}$$

und die Intensität nimmt die folgende Form an:

$$75) \quad (A)^2 = \frac{(A \cos \chi)^2}{(\frac{1}{2}\pi)^4} \times \frac{1}{(2m+1)^2 (2n+1)^2}.$$

Setzen wir in diesem Ausdruck für m und n nach und nach 0, 1, 2, 3, etc., so erhalten wir die Intensitäten derjenigen Punkte, deren Coordinaten den ungeraden Zahlen auf den Hauptlinien entsprechen, und welche sich in der Mitte der Winkelspektra befinden. Nehmen wir einen

Augenblick $\frac{(A\cos\chi)^2}{(\frac{1}{2}\pi)^4}$ als Einheit an, so wird die Intensität in den sechs Punkten, welche ich in der Figur mit 1 bezeichnet habe, gleich Eins und in den Mittelpunkten der übrigen Parallelogramme wird die Intensität $=\frac{1}{(2m+1)^2(2n+1)^2}$ seyn; oder mit andern Worten, in dem Durchschnittspunkte zweier ungeraden Coordinaten wird die Intensität durch die Produkte der verkehrten Quadrate dieser Coordinaten vorgestellt; ein Gesetz, welches auch für die Spektra einer parallelogrammartigen Oeffnung gilt und woraus sich ergibt, dass bei diesen beiden Arten von Oeffnungen die Winkelspektra nahe in gleichem Verhältnisse abnehmen.

§. 114. Ist $\pi b(BB_{,})\lambda^{-1}$ oder $\pi h'(PM')\lambda^{-1} = \pm(2m+1)\frac{1}{2}\pi$
und $\pi a(AA_{,})\lambda^{-1}$ oder $\pi h''(PM'')\lambda^{-1} = \pm n\pi$, so wird

76) $$PM' = \pm\frac{(2m+1)\frac{1}{2}\lambda}{h'} \quad \text{und} \quad PM'' = \pm\frac{n\lambda}{h''}$$

und die Intensität des Lichtes erhält die Form

77) $$(A)^2 = \frac{(A\cos\chi)^2}{(\frac{1}{2}\pi)^4} \cdot \frac{1}{(2m+2n+1)^2(2m+1)^2}.$$

Unter der Voraussetzung, dass $\frac{(A\cos\chi)^2}{(\frac{1}{2}\pi)^4}$, wie vorhin, als Einheit angenommen werde, ist also z. B. die Intensität des Punktes, welcher den Coordinaten 2 und 3 entspricht, und welchen wir mit (2.3) bezeichnen wollen, $=\left(\frac{1}{(2+3).3}\right)^2 = \frac{1}{5^2.3^2} = \frac{1}{225}$, und die Intensität der hier unten bezeichneten Punkte, welche immer auf der Mitte einer Parallelogrammseite liegen, ist daher die beigesetzte.

Ort	$(A)^2$	$(A)^2$	Ort	$(A)^2$	$(A)^2$
(1.2)	$=\frac{1}{1^2.3^2}$	$=\frac{1}{9}$	(3.2)	$=\frac{1}{3^2.5^2}$	$=\frac{1}{225}$
(1.4)	$=\frac{1}{1^2.5^2}$	$=\frac{1}{25}$	(3.4)	$=\frac{1}{3^2.7^2}$	$=\frac{1}{441}$
(1.6)	$=\frac{1}{1^2.7^2}$	$=\frac{1}{49}$	(3.6)	$=\frac{1}{3^2.9^2}$	$=\frac{1}{729}$
(1.8)	$=\frac{1}{1^2.9^2}$	$=\frac{1}{81}$	(5.2)	$=\frac{1}{5^2.7^2}$	$=\frac{1}{1225}$
.	.	.	.	.	.

Nimmt man nicht $\frac{(A \cos \chi)^2}{(\frac{1}{2}\pi)^4}$, sondern die Intensität in der Mitte des Bildes $(A \cos \chi)^2$ zur Einheit, so hat man alle Zahlen dieses und des vorhergehenden Paragraphen mit $\frac{1}{(\frac{1}{2}\pi)^4}$ oder mit 0,1643 zu multipliziren, das ist, etwa 6mal kleiner zu nehmen. Zur besseren Uebersicht habe ich in die Figur Zahlen eingeschrieben, welche anzeigen, wie viel mal die Intensität des Lichts an der beschriebenen Stelle kleiner ist, als in denjenigen Punkten, welche mit 1 bezeichnet sind. Die ganz dunkeln Stellen sind durch schwarze Flecke angedeutet.

§. 115. Aus dem Vorhergehenden zusammengenommen ergibt sich, dass bei einer unregelmässigen dreieckigen Oeffnung wie *ABC Taf. IV. Fig. 41.* die Erscheinung des gebeugten Lichtes eine der Zeichnung (*Fig. 43.*) ähnliche Gestalt annehmen, und sich daher als einen Stern mit 6 Strahlen zeigen muss, zwischen welchen sich nur schwache Spektra befinden.

Ist die Oeffnung regelmässig, so muss auch der Grundriss des Sterns regelmässig werden. Bilden die Seiten der Oeffnung ein rechtwinkliches Dreieck, so müssen die Projektionen von zwei Strahlen auf den Katheten des Dreiecks senkrecht stehen, also unter sich einen rechten Winkel bilden, und dieser Winkel muss von dem dritten Strahle, welcher der Hypothenuse entspricht, im Allgemeinen in zwei ungleiche Theile getheilt werden. Auch muss der Strahl der Hypothenuse als der stärkste erscheinen, nicht weil er der längsten Seite entspricht, sondern weil er durch die kleinste Höhe erzeugt wird, und seine Spektra deswegen weiter von der Mitte des Bildes entfernt sich darstellen, als die gleichstarken Spektra der beiden andern Strahlen. Endlich müssen diese Strahlen sich als Lichtstreifen zeigen, deren Seiten nicht ununterbrochen, sondern halb eingeschnitten erscheinen.

§. 116. Was in §. 97. von der Symmetrie der Spektra eines Parallelogramms gesagt worden, gilt auch von den Spektern, welche durch ein Dreieck erzeugt werden.

Steht der Schirm auf den direkten Strahlen senkrecht, und ist die Oeffnung nicht ausserordentlich klein, so kann man den Grundriss des Bildes für das Bild selbst nehmen und die Linien $AA_{,}$, $BB_{,}$, $CC_{,}$, PM', PM'', PM''', als Bögen ansehen, durch welche die Lage der verschiedenen Punkte der Erscheinung bestimmt werden.

§. 117. Alle diese Einzelnheiten, welche die Theorie voraussagt, werden auf's Pünktlichste durch die Erfahrung bestättigt. Man sieht den Stern mit 6 Strahlen, die Strahlen nicht unterbrochen, sondern an den Seiten blos eingeschnitten; man sieht keine Strassen, sondern blos dunkle Plätze u. s. w. Will man die Erscheinung mit blossen Augen sehen, so lege man 3 Stanniolblättchen so auf einander, dass ihre Ränder nur eine sehr kleine dreieckige Oeffnung zwischen sich lassen, und betrachte damit das Sonnenbildchen auf dem Uhrglase, und zwar in der Entfernung des deutlichen Sehens. Ein kurzsichtiges Auge darf daher nicht weiter als 6—8 Zoll von dem Lichtpunkte entfernt seyn.

Bleiben zwei von den Stanniolblättchen in ihrer Lage fest, und verändert man blos die Lage des dritten, so bleiben auch die beiden Strahlen, welche auf den Rändern jener Blättchen senkrecht stehen, in ihrer Lage unverrückt und nur der dritte Strahl ändert seine Richtung. Wird die Oeffnung kleiner, so wird das zentrale Scheibchen grösser, und umgekehrt.

Bedient man sich eines Fernrohrs, so kann die Oeffnung eine Linie bis mehrere Zoll gross gemacht, und entweder in ein einziges Blättchen eingeschnitten oder auch von 3 über einander gelegten Blättchen gebildet werden.

Um mit dem Fernrohre, wie mit dem blossen Auge die lichtschwachen Winkelspektra recht deutlich sehen zu können, muss der Lichtpunkt sehr intensiv seyn, und man gebraucht daher zu diesem Ende anstatt des Uhrglases lieber einen kleinen Metallspiegel oder das durch einen feinen Nadelstich dringende Sonnenlicht.

Wie man das Licht durch eine oder mehrere Reihen von gleichen Oeffnungen verstärken kann, ohne das Verhältniss der Intensität für bestimmte Stellen zu ändern, werden wir in der Folge sehen.

V. Bestimmung der Erscheinung, welche ein homogener Lichtpunkt zeigt, wenn man denselben durch eine kreisrunde Oeffnung betrachtet.

§. 118. Um die Resultante des gebeugten Lichts in diesem Falle zu erhalten, betrachte ich den Kreis als ein regelmässiges Vieleck von sehr vielen Seiten, theile dieses Vieleck in halb so viele Zonen als es Seiten hat, bestimme die Resultanten der einzelnen Zonen und addire dieselben.

Es sey *D* der Durchmesser des um das regelmässige Vieleck beschriebenen Kreises, *N* die Anzahl der Seiten des Vielecks, *ABCD Taf. II. Fig. 31.* sey eine Zone, deren parallele Grundlinien auf der Durchschnittslinie *NN''* senkrecht angenommen werden.

Wenn wir in den Ausdrücken §. 81. (46.)

$$\varrho''=\tfrac{1}{2}\pi,\ \sin\varrho''=1,\ \varphi''=-\xi'',\ \text{und}\ b=c$$

setzen, und die Accente weglassen, so wird für das gleichschenklige Trapez, dessen Grundlinien auf *NN''* senkrecht stehen,

78)
$$\begin{aligned}(q-p)_1 &= q_1 = 2\pi\beta\sin\psi\,\lambda^{-1}\\ (q-p)_2 &= q_2 = 2\pi(\beta+a)\sin\psi\,\lambda^{-1}\\ (q-p)_3 &= q_3 = 2\pi(\beta+c\sin\xi)\sin\psi\,\lambda^{-1}\\ (q-p)_4 &= q_4 = 2\pi(\beta+a-c\sin\xi)\sin\psi\,\lambda^{-1}\end{aligned}$$

$$f(a)=\frac{A}{\frac{1}{2}(q-p)_{4-3+2-1}}\times\frac{\sin\frac{1}{2}(q-p)_{4-1}}{\frac{1}{2}(q-p)_{4-1}}\left[+\sin\tfrac{1}{2}(q-p)_{4+2}-\sin\tfrac{1}{2}(q-p)_{3+1}\right]$$

$$f(b)=\frac{A}{\frac{1}{2}(q-p)_{4-3+2-1}}\times\frac{\sin\frac{1}{2}(q-p)_{4-1}}{\frac{1}{2}(q-p)_{4-1}}\left[-\cos\tfrac{1}{2}(q-p)_{4+2}+\cos\tfrac{1}{2}(q-p)_{3+1}\right]$$

oder

79)
$$\left\{\begin{aligned}&f(a)=A\cdot\frac{\sin\frac{1}{4}(q-p)_{4-3+2-1}}{\frac{1}{4}(q-p)_{4-3+2-1}}\times\frac{\sin\frac{1}{2}(q-p)_{4-1}}{\frac{1}{2}(q-p)_{4-1}}\cos\tfrac{1}{4}(q-p)_{4+3+2+1}\\ &f(b)=A\cdot\frac{\sin\frac{1}{4}(q-p)_{4-3+2-1}}{\frac{1}{4}(q-p)_{4-3+2-1}}\times\frac{\sin\frac{1}{2}(q-p)_{4-1}}{\frac{1}{2}(q-p)_{4-1}}\sin\tfrac{1}{4}(q-p)_{4+3+2+1}\\ &i=\tfrac{1}{4}(q-p)_{4+3+2+1},\\ &(A)^2=A^2\cdot\left(\frac{\sin\frac{1}{4}(q-p)_{4-3+2-1}}{\frac{1}{4}(q-p)_{4-3+2-1}}\right)^2\times\left(\frac{\sin\frac{1}{2}(q-p)_{4-1}}{\frac{1}{2}(q-p)_{4-1}}\right)^2,\\ &Sf(U)=(A)\sin(\alpha-i);\end{aligned}\right.$$

worin

$$\begin{aligned} {}^1\!/_4 (q-p)_{4-3+2-1} &= +\pi(a - c\sin\xi)\sin\psi\,\lambda^{-1}, \\ {}^1\!/_2 (q-p)_{4-1} &= -\pi c\sin\xi\sin\psi\,\lambda^{-1}, \\ {}^1\!/_4 (q-p)_{4+3+2+1} &= +2\pi(\beta + \tfrac{1}{2}a)\sin\psi\,\lambda^{-1}. \end{aligned}$$

Ziehen wir den Radius OE zu der Mitte des Bogens AC, so ist

$$EOS = ETO = \xi,\ AOE = COE = \frac{\pi}{N} \text{ und } AOS = \xi - \frac{\pi}{N}$$

$$AB = a = D\cos\left(\xi - \frac{\pi}{N}\right),\ BD = AC = c = D\sin\frac{\pi}{N},$$

$$SO = LF = LA + AF = \beta + \tfrac{1}{2}a;$$

also nach gehöriger Substitution

$$\iint(U) = A.\frac{\sin\left[\pi D\cos\xi\cos\frac{\pi}{N}\sin\psi\,\lambda^{-1}\right]}{\left[\pi D\cos\xi\cos\frac{\pi}{N}\sin\psi\,\lambda^{-1}\right]}.\frac{\sin\left[\pi D\sin\xi\sin\frac{\pi}{N}\sin\psi\,\lambda^{-1}\right]}{\left[\pi D\sin\xi\sin\frac{\pi}{N}\sin\psi\,\lambda^{-1}\right]}\sin(\alpha - i).$$

Bezeichnen wir mit A_N die Vibrationsintensität des durch die ganze Oeſſnung des Vielecks gehenden ungebeugten Lichtes, so ist

$$A = A_N \times \frac{\frac{1}{2}(AB + CD)(FG)}{{}^1\!/_4\pi D^2} = A_N \times \frac{(a - c\sin\xi)\,c\cos\xi}{{}^1\!/_4\pi D^2}$$

$$= A_N \times \frac{\left(D\cos\xi\cos\frac{\pi}{N}\right)\left(D\cos\xi\sin\frac{\pi}{N}\right)}{{}^1\!/_4\pi D^2};$$

folglich:

80) $$\iint(U) = A_N.\frac{\left(\cos\xi\sin\frac{\pi}{N}\right)\sin\left[\pi D\cos\xi\cos\frac{\pi}{N}\sin\psi\,\lambda^{-1}\right]}{{}^1\!/_4\pi^2 D\sin\psi\,\lambda^{-1}} \times$$

$$\times \frac{\sin\left[\pi D\sin\xi\sin\frac{\pi}{N}\sin\psi\,\lambda^{-1}\right]}{\left[\pi D\sin\xi\sin\frac{\pi}{N}\sin\psi\,\lambda^{-1}\right]}\sin(\alpha - i).$$

Setzen wir in diesem Ausdruck abgekürzt:

$$2\pi D\sin\psi\,\lambda^{-1} = D_1,$$

so wird die Resultante einer Zone, welche dem Winkel ψ angehört,

$$81)\qquad \int\!\!\int(U)=A_N\cdot\frac{\sin\frac{\pi}{N}}{{}^1\!/\!_4\pi\,.\,{}^1\!/\!_2\,D,}\times\cos\xi\times\sin\left[\tfrac{1}{2}\,D,\cos\frac{\pi}{N}\cos\xi\right]\times$$
$$\times\frac{\sin\left[\frac{1}{2}\,D,\sin\frac{\pi}{N}.\sin\xi\right]}{\left[\frac{1}{2}\,D,\sin\frac{\pi}{N}.\sin\xi\right]}\sin(\alpha-i),$$

und die Resultante aller Zonen des ganzen Vielecks

$$82)\qquad \int\!\!\int\!\!\int(U)=A_N\cdot\frac{\sin\frac{\pi}{N}}{{}^1\!/\!_4\pi\,.\,{}^1\!/\!_2\,D,}\times\int\Bigl(\cos\xi\times\sin\left[\tfrac{1}{2}\,D,\ \cos\frac{\pi}{N}\cos\xi\right]\times$$
$$\times\frac{\sin\left[\frac{1}{2}\,D,\sin\frac{\pi}{N}\sin\xi\right]}{\left[\frac{1}{2}\,D,\sin\frac{\pi}{N}\sin\xi\right]}\Bigr)\sin(\alpha-i),$$

worin die Grössen $\frac{\pi}{N}$, $D,$ und $\alpha-i$ für alle Zonen constant sind.

Fällt der optische Mittelpunkt des Schirms mit dem Mittelpunkte des Vielecks zusammen, so ist $i=0$, also

$$\int\!\!\int\!\!\int(U)=(A)\sin\alpha.$$

Hat das regelmässige Vieleck 180 Seiten, so ist $N=180$, $\frac{\pi}{N}=\frac{180^0}{180}=1^0$, und für die 45 verschiedenen Zonen in jeder Hälfte des Kreises von dem Mittelpunkte an gerechnet, ist,

für die erste Zone, $\xi=1^0$, für die zweite, $\xi=3^0$, für die dritte, $\xi=5^0$, u.s.w.

§. 119. Die Tabelle III. enthält die Vibrationsintensität und die Lichtstärke des durch eine kreisrunde Oeffnung gebeugten Lichts. Auf der *Taf. II. Fig. 32.* sind diese Intensitäten graphisch dargestellt. Die Bögen $\pi D\sin\psi\lambda^{-1}$ haben in Beziehung auf den Durchmesser der Oeffnung dieselbe Bedeutung, welche die Bögen $\pi\gamma\sin\psi\lambda^{-1}$ (§. 55. u. 57.) in Beziehung auf die Breite eines Spaltes hatten; $D\sin\psi$ ist hier der Gangunterschied der Randstrahlen, wie es dort $\gamma\sin\psi$ war. Dass bei einer kreisförmigen Oeffnung die Intensitäten in einer jeden Richtung dieselben sind, und dass daher die ganze Erscheinung aus concentrischen Ringen bestehen müsse, darf wohl kaum erinnert werden. (Man sehe *Taf. II. Fig. 36.*)

§. 120. Die Oerter der Minima

83)

		Differenzen.
I. Min.	$\frac{219,6}{180}\pi = 1,220\,\pi = 219^{\circ},6$	
		$1,013\,\pi = 182^{\circ},3$
II. Min.	$\frac{401,9}{180}\pi = 2,233\,\pi = 401^{\circ},9$	
		$1,005\,\pi = 180^{\circ},9$
III. Min.	$\frac{582,8}{180}\pi = 3,238\,\pi = 582^{\circ},8$	
		$1,003\,\pi = 180^{\circ},5$
IV. Min.	$\frac{763,3}{180}\pi = 4,241\,\pi = 763^{\circ},3$	
		$1,002\,\pi = 180^{\circ},4$
V. Min.	$\frac{943,7}{180}\pi = 5,243\,\pi = 943^{\circ},7$	
		$1,002\,\pi = 180^{\circ},3$
VI. Min.	$\frac{1124,0}{180}\pi = 6,245\,\pi = 1124^{\circ},0$	

entsprechen den Bedingungsgleichungen

84) I. $\frac{\pi D \sin \psi^{(1)}}{\lambda} = \frac{219,6}{180}\pi$ oder $\sin \psi^{(1)} = \frac{1,220.\lambda}{D}$

II. $\frac{\pi D \sin \psi^{(2)}}{\lambda} = \frac{401,9}{180}\pi$ oder $\sin \psi^{(2)} = \frac{2,233.\lambda}{D}$

. . . .

Diese Oerter zeigen uns, dass bei einer kreisrunden Oeffnung die Minima etwas entfernter von der Mitte des Bildes eintreten, als bei einem Spalte oder bei einer viereckigen Oeffnung; sie zeigen uns ferner, dass die Breite der Ringe nicht bei allen die nämliche ist, sondern mit der Entfernung vom Centrum etwas abnimmt und sich allmählig derjenigen Breite nähert, welche die Spektra einer viereckigen Oeffnung besitzen.

§. 121. Vergleichen wir die Intensität des Lichts der Ringe mit der Intensität der entsprechenden Spektra einer viereckigen Oeffnung von gleich grosser Fläche, so finden wir jene bedeutend schwächer als diese. Der erste Ring ist etwa 3mal, der zweite 4mal, der dritte 5mal und der vierte über 6mal schwächer, als die correspondirenden Spektra der viereckigen Oeffnung und diese grössere Lichtschwäche stimmt auch mit der Erfahrung vollkommen überein. In wie fern aber auch jene Oerter der Minima oder die Durchmesser der Ringe, wie sie die Theorie angibt, mit den Erscheinungen übereinstimmen, wird am besten eine Vergleichung mit einer Reihe von Beobachtungen zeigen, welche uns

der unübertreffliche **Fraunhofer** in seiner schon öfters angeführten Abhandlung auf Seite 17 hinterlassen hat.

Legen wir für die Länge einer Welle des weissen Sonnenlichtes diejenige Bestimmung zum Grunde, welche **Fraunhofer** durch schmale Oeffnungen gefunden, und auf pag. 9 und 10 derselben Abhandlung mitgetheilt hat, nämlich $\lambda = 0{,}0000211$ par. Zoll, so werden die Logarithmen der Sinus der Beugungswinkel für die Oerter der Minima nach der Theorie:

85) $$\begin{aligned}
\text{Log. sin}\,\psi^{(1)} &= \log. 0{,}\overset{z}{0}00025742 - \log. D = 5{,}41064 - \log. D\\
\text{Log. sin}\,\psi^{(2)} &= \log. 0{,}000047112 - \log. D = 5{,}67313 - \log. D\\
\text{Log. sin}\,\psi^{(3)} &= \log. 0{,}000068320 - \log. D = 5{,}83453 - \log\, D\\
\text{Log. sin}\,\psi^{(4)} &= \log. 0{,}000089477 - \log. D = 5{,}95171 - \log. D\\
\text{Log. sin}\,\psi^{(5)} &= \log. 0{,}000110620 - \log. D = 6{,}04384 - \log. D\\
\text{Log. sin}\,\psi^{(6)} &= \log. 0{,}000131760 - \log. D = 6{,}11978 - \log. D
\end{aligned}$$

Berechnen wir hiernach die **Fraunhofer**'schen Beobachtungen, so ergeben sich die in der folgenden Tabelle enthaltenen Resultate. Unter der Ueberschrift $\Delta^{(1)}$, $\Delta^{(2)}$ etc. habe ich die Unterschiede beigesetzt, um welche die nach der Theorie berechneten Werthe der Winkel $\psi^{(1)}$, $\psi^{(2)}$ etc. von den Beobachtungen übertroffen werden.

No.	D	$\psi^{(1)}$	$\Delta^{(1)}$	$\psi^{(2)}$	$\Delta^{(2)}$	$\psi^{(3)}$	$\Delta^{(3)}$	$\psi^{(4)}$	$\Delta^{(4)}$	$\psi^{(5)}$	$\Delta^{(5)}$
1	z. 0,10426	0′. 58″	+ 3″	1′. 33″	+3″	2′. 15″	+1″	2′. 57″	+ 1″		
2	0,06713	1′. 19″	+ 3″	2′. 25″	+2″	3′. 30″	+0″	4′. 35″	− 3″		
3	0,05001	1′. 46″	+ 3″	3′. 15″	+3″	4′. 42″	+5″	6′. 9″	+ 6″	7′. 36″	+12″
4	0,03997	2′. 13″	+ 0″	4′. 3″	+0″	5′. 53″	+2″	7′. 42″	+ 7″	9′. 31″	+10″
5	0,03791	2′. 20″	− 4″	4′. 16″	−9″	6′. 12″	−6″	8′. 7″	− 2″		
6	0,03318	2′. 40″	+ 2″	4′. 53″	−1″	7′. 5″	+1″	9′. 16″	+ 3″	11′. 28″	+ 4″
7	0,02682	3′. 18″	− 5″	6′. 2″	−1″	8′. 45″	+5″	11′. 28″	+14″		
8	0,02318	3′. 49″	+ 0″	6′. 59″	−1″	10′. 8″	+6″	13′. 16″	+ 8″		
9	0,02237	3′. 57″	− 2″	7′. 14″	−5″	10′. 30″	−6″	13′. 45″	− 4″		
10	0,02134	4′. 9″	− 5″	7′. 35″	−9″	11′. 0″	−4″	14′. 25″	− 9″		
11	0,01824	4′. 51″	− 5″	8′. 53″	−2″	12′. 53″	+2″	16′. 52″	+11″		
12	0,01746	5′. 4″	− 1″	9′. 16″	+3″	13′. 27″	−4″	17′. 37″	+15″		
13	0,01238	7′. 9″	−13″	13′. 5″	−7″	18′. 58″	−9″				
14	0,00922	9′. 36″	− 9″	17′. 34″	+1″	25′. 29″	+5″				

Bedenkt man, wie schwierig es ist, den Durchmesser eines farbigen Ringes auf wenige Sekunden genau zu messen, so wird man die

kleinen Abweichungen in der vorstehenden Tabelle höchst unbedeutend finden, und dieselben als unvermeidliche Beobachtungsfehler um so mehr ansehen müssen, weil diese Differenzen fast eben so oft positiv als negativ erscheinen. Eine schönere Bestättigung der Theorie dürfte daher kaum denkbar seyn.

§. 122. Ist der Durchmesser der Oeffnung und die Länge einer Lichtwelle in Millimeter ausgedrückt, und setzen wir für weisses Licht $\lambda = \overset{mm}{0{,}000571}$, für rothes, $\lambda = \overset{mm}{0{,}000640}$, so wird für die Berechnung mit Logarithmen

Durchmesser D in Millimeter.

	Weisses Licht.	Rothes Licht.
86) $\text{Log.}\sin\psi^{(1)}$	$= 6{,}84300 - \log. D$	$= 6{,}89254 - \log. D$
$\text{Log.}\sin\psi^{(2)}$	$= 7{,}10549 - \log. D$	$= 7{,}15503 - \log. D$
$\text{Log.}\sin\psi^{(3)}$	$= 7{,}26689 - \log. D$	$= 7{,}31643 - \log. D$
$\text{Log.}\sin\psi^{(4)}$	$= 7{,}38407 - \log. D$	$= 7{,}43361 - \log. D$
$\text{Log.}\sin\psi^{(5)}$	$= 7{,}47620 - \log. D$	$= 7{,}52574 - \log. D$
$\text{Log.}\sin\psi^{(6)}$	$= 7{,}55214 - \log. D$	$= 7{,}60168 - \log. D$

Hieraus ergibt sich bei weissem Lichte für verschiedene kreisförmige Oeffnungen der Werth von $2\psi^{(1)}$ oder der scheinbare Durchmesser des Lichtscheibchens wie folgt:

87)

Durchmesser der Oeffnung	Durchmesser des Scheibchens	Durchmesser der Oeffnung	Durchmesser des Scheibchens
1 Par. Zoll	10″64	1 Centimeter	28″74
2 „ „	5″32	2 „	14″37
3 „ „	3″55	3 „	9″58
4 „ „	2″66	4 „	7″18
5 „ „	2″12	5 „	5″75
6 „ „	1″77	6 „	4″79
8 „ „	1″33	7 „	4″11
10 „ „	1″06	8 „	3″59
15 „ „	0″71	9 „	3″19
20 „ „	0″53	10 „	2″87

§. 123. Um mich zu versichern, dass die Ausdrücke, welche uns die Theorie für die Intensität des durch eine runde Oeffnung gebeugten

Lichtes gegeben hat, auch in dem Falle noch anwendbar sind, wenn der Durchmesser der Oeffnung bedeutend ist, habe ich einen Schirm von Stanniol mit einer kreisförmigen Oeffnung von $\overset{mm}{10,2}$ Durchmesser vor das Objektiv des Theodolithen befestigt, und dadurch wie gewöhnlich das Sonnenbild des Uhrglases beobachtet. Ich sah durch diese Blendung das Sonnenbildchen als ein helles weisses Scheibchen mit mehreren Ringen umgeben, welche nahe halb so breit waren, als der Durchmesser des Scheibchens.

Eine doppelte Messung des Durchmessers des zweiten hellen Ringes gab mit dem rothen Glase 2′.20″; der Radius dieses Ringes war also 35″0. Berechnet man für das rothe Licht die dunkeln Ringe, so erhält man für den Radius des ersten Ringes oder

für den Radius des Scheibchens	15″6,
für den Radius des zweiten dunkeln Ringes	28″6,
für den Radius des dritten „ „	41″5.

Der Radius des gemessenen zweiten hellen Ringes, welcher zwischen dem zweiten und dritten dunkeln liegt, ist also nach der Theorie nahe $\frac{28''6 + 41''5}{2} = 35''0$, folglich derselbe wie er durch die Beobachtung gefunden wurde.

Eine Blendung mit derselben Oeffnung von $\overset{mm}{10,2}$, vor das Objektiv des vierfüssigen Fraunhofer'schen Achromaten befestigt, zeigte das Sonnenbild auf einer Thermometerkugel von 13^{mm} Durchmesser in einer Entfernung von 15.3 Meter als ein weisses Scheibchen, umgeben von mehreren farbigen Ringen. Den Durchmesser des Scheibchens fand ich mit Hilfe von zwei in dem Oculare befindlichen Spinnenfäden bei weissem Lichte = 30″5; unsere Formel gibt 28″2. Durch ein schwarzes Sonnenglas wurde dieses Scheibchen auf etwa $^3/_4$ seines Durchmessers reduzirt. Die Ursache dieser Verminderung ist offenbar in der Abnahme der Intensität des Scheibchens gegen seinen Rand hin zu suchen.

Als eben so grosse Scheibchen und mit eben so grossen Ringen umgeben, nur viel matter, erschienen die Sonnenbildchen auf einer halbkugelförmigen Glaslinse von 5^{mm} Durchmesser, und auf einer gebogenen Stecknadel, die ich beide neben der Thermometerkugel befestigt hatte. Durch eine Oeffnung von 30^{mm} im Durchmesser erschienen das Scheibchen und die Ringe nach einer blossen Schätzung 3mal kleiner.

Um keine Prüfungsweise unversucht zu lassen, brachte ich bei einem Durchgang der Sterne *α* und *β aquilae* eine Blendung mit einer Oeffnung von einem Pariser Zoll Durchmesser vor dem Objektive des vierfüssigen Fernrohrs meines Meridiankreises an, und schwächte die Beleuchtung des Gesichtsfeldes in dem Grade, dass ich die Fäden eben nur noch erkennen konnte. Den ersten der beiden Sterne sah ich nun bei seinem Durchgange als ein Scheibchen mit einem weissen Ringe umgeben. Den Durchmesser des ersten dunkeln Ringes, welcher das Scheibchen begrenzte, fand ich zwischen 10 und 12 Sekunden, und die Breite des umgebenden hellen Ringes nahe halb so gross als den Durchmesser des Scheibchens. Nach der Theorie soll der Durchmesser des Scheibchens für eine Oeffnung von 1 Par. Zoll Durchmesser, 10″6 seyn, also genau so gross, wie die Beobachtung ihn gibt. Bei *β aquilae* konnte ich den hellen Ring nicht mehr unterscheiden, das Scheibchen erschien aber fast eben so gross, wie das von *α aquilae,* nur matter und verwaschener. Man wird sich hierüber nicht wundern, wenn man erwägt, dass die Intensität des Scheibchens gegen den Rand hin sehr gering, und das Licht des ersten Ringes 60mal schwächer ist, als das des Scheibchens.

Die Theorie zeigt uns also, dass selbst bei den vollkommensten Fernröhren die Sterne nicht als unmessbare Punkte erscheinen können, sondern dass ein jeder, der lichtstarke wie der lichtschwache, als ein mit mehreren Ringen umgebenes Scheibchen erscheinen muss. Die Theorie lehrt uns ferner, dass der scheinbare Durchmesser dieses Scheibchens und der Ringe nicht von der Helligkeit des Sterns, sondern nur von dem Durchmesser der Oeffnung abhängt und mit diesem Durchmesser in umgekehrtem Verhältnisse steht; dass schwächere Sterne nur deswegen kleiner erscheinen, weil die Intensität des Lichts aller Scheibchen in der Mitte am grössten ist, und gegen den Rand hin abnimmt, bei den schwächern also am Rande früher unmerklich wird, als bei den hellern. Die Theorie lehrt uns endlich, dass sehr lichtstarke Sterne besonders durch grosse Oeffnungen auch aus dem Grunde grösser erscheinen können, weil die hellen Ringe das centrale Scheibchen vergrössern helfen, wenn dieselben sehr glänzend sind, und von dem Scheibchen nicht getrennt erscheinen.

§. 124. Die Erscheinung der farbigen Ringe, welche man durch eine kreisrunde Oeffnung mit Hilfe eines Fernrohrs beobachtet, sieht man eben so schön, wenn man das Sonnenbildchen auf dem geschwärzten Uhrglase unmittelbar durch einen feinen Nadelstich betrachtet. Je feiner der Nadelstich ist, desto grösser, aber auch desto matter, erscheint das Scheibchen und die dasselbe umgebenden Ringe. Sehr nett erscheinen die Ringe durch ein rothes Glas. Man kann deren zuweilen 6—8 zählen. Sollen die Ringe recht rein und nicht an manchen Stellen verzerrt erscheinen, so dürfen die Ränder der kleinen Oeffnung keine unregelmässigen Hervorragungen haben.

ZWEITE ABTHEILUNG.

Bestimmung der Erscheinungen, welche ein homogener Lichtpunkt zeigt, wenn man denselben durch eine oder mehrere Reihen von gleichen und gleichweit von einander entfernten Oeffnungen betrachtet.

I. Bestimmung der Erscheinungen, welche durch eine einzige Reihe von Oeffnungen hervorgebracht werden.

§. 125. Bezeichnen wir den Abstand der entsprechenden Punkte von zwei auf einander folgenden Oeffnungen, z. B. den Abstand der Eckpunkte AA' (*Taf. IV. Fig. 46.*) durch e und den Winkel, welchen die Verbindungslinie AA' dieser Punkte mit der Durchschnittslinie NN' bildet, durch μ, so ist unter Beibehaltung der §. 78. eingeführten Bezeichnung der übrigen Grössen, die Entfernung des Punktes A der ersten Oeffnung von der Linie NN' gleich

$\beta \sin \varrho$

und die Entfernungen der entsprechenden Punkte A', A'', etc. in den übrigen Oeffnungen von derselben Linie sind nach der Ordnung

$$\begin{array}{l} \beta \sin \varrho + e \sin \mu \\ \beta \sin \varrho + 2e \sin \mu \\ \beta \sin \varrho + 3e \sin \mu \\ \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \\ \beta \sin \varrho + ne \sin \mu \end{array}$$

wo $n+1$ die Anzahl der Oeffnungen ausdrückt. Die Entfernungen derselben Punkte von der Normalebene der einfallenden Strahlen sind daher folgende:

88)
$$\begin{array}{ll} p_1^{(1)} & = \beta \sin \varrho \sin \chi \\ p_1^{(2)} & = \beta \sin \varrho \sin \chi + e \sin \mu \sin \chi \\ p_1^{(3)} & = \beta \sin \varrho \sin \chi + 2e \sin \mu \sin \chi \\ p_1^{(4)} & = \beta \sin \varrho \sin \chi + 3e \sin \mu \sin \chi \\ . \quad . \quad . & . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \\ p_1^{(n+1)} & = \beta \sin \varrho \sin \chi + ne \sin \mu \sin \chi \end{array}$$

und die Entfernungen der nämlichen Punkte von der Normalebene der gebeugten Strahlen

89)
$$\begin{array}{ll} q_1^{(1)} & = \beta'' \sin \varrho'' \sin \psi \\ q_1^{(2)} & = \beta'' \sin \varrho'' \sin \psi + e \sin \mu'' \sin \psi \\ q_1^{(3)} & = \beta'' \sin \varrho'' \sin \psi + 2e \sin \mu'' \sin \psi \\ q_1^{(4)} & = \beta'' \sin \varrho'' \sin \psi + 3e \sin \mu'' \sin \psi \\ . \quad . \quad . & . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \\ q_1^{(n+1)} & = \beta'' \sin \varrho'' \sin \psi + ne \sin \mu'' \sin \psi. \end{array}$$

Da nun alle Oeffnungen einander vollkommen gleich, und die einfallenden, so wie die gebeugten Strahlenbündel alle mit einander parallel sind, so ist es einleuchtend, dass die Resultanten aller Strahlenbündel einander gleich seyn müssen, und dass eine Verschiedenheit nur in Beziehung auf ihren Gang Statt finden kann. Der Unterschied in dem Gange hängt aber von dem Unterschied in dem Wege ab, den die entsprechenden Elemente der verschiedenen Strahlenbündel, von der ersten bis zur zweiten Normalebene, zurückzulegen haben, und diese Unterschiede sind:

$$90)\quad (q_{,}^{(2)}-q_{,}^{(1)})-(p_{,}^{(2)}-p_{,}^{(1)}) = e\sin\mu''\sin\psi - e\sin\mu\sin\chi = \varepsilon$$

$$(q_{,}^{(3)}-q_{,}^{(1)})-(p_{,}^{(3)}-p_{,}^{(1)}) = 2e\sin\mu''\sin\psi - 2e\sin\mu\sin\chi = 2\varepsilon$$

$$(q_{,}^{(4)}-q_{,}^{(1)})-(p_{,}^{(4)}-p_{,}^{(1)}) = 3e\sin\mu''\sin\psi - 3e\sin\mu\sin\chi = 3\varepsilon$$

$$\cdot\quad\cdot\quad\cdot\quad\cdot\quad\cdot\quad\cdot\quad\cdot\quad\cdot\quad\cdot\quad\cdot\quad\cdot\quad\cdot$$

$$(q_{,}^{(n+1)}-q_{,}^{(1)})-(p_{,}^{(n+1)}-p_{,}^{(1)}) = ne\sin\mu''\sin\psi - ne\sin\mu\sin\chi = n\varepsilon;$$

91) wo $e\sin\mu''\sin\psi - e\sin\mu\sin\chi = \varepsilon$ gesetzt ist.

Ist nun die Resultante des ersten Strahlenbündels in der zweiten Normalebene

$$U^{(1)} = A'\sin\left(2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)-i\right) = A'\sin(\alpha-i),$$

so sind daher, nach §. 38 u. 78., die Resultanten der übrigen Strahlenbündel in derselben Ebene

$$U^{(2)} = A'\sin\left(\alpha-i-2\pi(e\sin\mu''\sin\psi-e\sin\mu\sin\chi)\lambda^{-1}\right) = A'\sin(\alpha-i-\varepsilon_{,})$$

$$U^{(3)} = A'\sin\left(\alpha-i-2.2\pi(e\sin\mu''\sin\psi-e\sin\mu\sin\chi)\lambda^{-1}\right) = A'\sin(\alpha-i-2\varepsilon_{,})$$

$$U^{(4)} = A'\sin\left(\alpha-i-3.2\pi(e\sin\mu''\sin\psi-e\sin\mu\sin\chi)\lambda^{-1}\right) = A'\sin(\alpha-i-2\varepsilon_{,})$$

$$\cdot\quad\cdot\quad\cdot\quad\cdot\quad\cdot\quad\cdot\quad\cdot\quad\cdot\quad\cdot\quad\cdot\quad\cdot\quad\cdot$$

$$U^{(n+1)} = A'\sin\left(\alpha-i-n.2\pi(e\sin\mu''\sin\psi-e\sin\mu\sin\chi)\lambda^{-1}\right) = A'\sin(\alpha-i-n\varepsilon_{,})$$

wo abgekürzt

92) $\varepsilon_{,}$ für $2\pi\varepsilon\lambda^{-1} = 2\pi(e\sin\mu''\sin\psi - e\sin\mu\sin\chi)\lambda^{-1}$ steht.

Da nun alle diese Resultanten die nämliche Vibrationsintensität besitzen und ihre gleichzeitigen Phasen eine arithmetische Reihe bilden, so ist, nach §.50., die Hauptresultante derselben

$$93)\quad \int(U)_{(n+1)} = A'\frac{\sin(n+1)\frac{1}{2}\varepsilon_{,}}{\sin\frac{1}{2}\varepsilon_{,}}\sin\left(\alpha-i-\frac{n}{2}\varepsilon_{,}\right) = (A)_{(n+1)}\sin\left(\alpha-i-\frac{n}{2}\varepsilon_{,}\right)$$

und die Intensität des gebeugten Lichtes aller $n+1$ Oeffnungen ist folglich

$$94)\quad (A)^2_{(n+1)} = (A)^2\left(\frac{\sin(n+1)\frac{1}{2}\varepsilon_{,}}{\sin\frac{1}{2}\varepsilon_{,}}\right)^2$$

wo $(A')^2$ die Intensität des gebeugten Lichtes einer einzigen Oeffnung bedeutet. Die Intensität des gebeugten Lichtes ist also bei einer Reihe von $(n+1)$ Oeffnungen proportional dem Quadrate des Quotienten, welchen man erhält, wenn man den Sinus des $(n+1)$fachen Bogens $\frac{1}{2}\varepsilon_{\prime}$ oder $\pi\varepsilon\lambda^{-1}$ mit dem Sinus dieses einfachen Bogens dividirt; wo ε den Unterschied der Wege von zwei auf einander folgenden Strahlenbündeln ausdrückt.

Dieser Lehrsatz ist einer der fruchtbarsten in der Theorie der Beugung des Lichtes. Er wird uns mit einer Menge von Resultaten bekannt machen, welche ohne den Fingerzeig der Theorie auch dem schärfsten Auge entgangen seyn würden.

§. 126. Um den Ausdruck

$$(A)^2_{(n+1)} = A'^2 \left(\frac{\sin(n+1)\frac{1}{2}\varepsilon_{\prime}}{\sin\frac{1}{2}\varepsilon_{\prime}}\right)^2$$

leichter untersuchen zu können, wollen wir denselben unter die folgende Form bringen:

95) $$(A)^2_{(n+1)} = ((n+1)A')^2 \left(\frac{\sin(n+1)\frac{1}{2}\varepsilon_{\prime}}{(n+1)\sin\frac{1}{2}\varepsilon_{\prime}}\right)^2 = ((n+1)A')^2 P^2.$$

Der erste Faktor

$$((n+1)A')^2$$

bezeichnet alsdann die Intensität des gebeugten Lichts einer einzigen Oeffnung, multiplizirt mit dem Quadrate der Anzahl der Oeffnungen, und kann also angesehen werden, als die durch die Anzahl der Oeffnungen verstärkte Intensität des gebeugten Lichtes einer einzigen Oeffnung.

Der zweite Faktor

96) $$\left(\frac{\sin(n+1)\frac{1}{2}\varepsilon_{\prime}}{(n+1)\sin\frac{1}{2}\varepsilon_{\prime}}\right)^2 = P^2$$

ist nicht von der Gestalt und Grösse der Oeffnungen, sondern blos von ihrer Anzahl und Lage abhängig; er gilt für eine Reihe von Oeffnungen von einer beliebigen Gestalt. Der erste Faktor bildet so zu sagen die Grundlage des ganzen Gemäldes, nur wo dieser Licht aufträgt, da kön-

nen Spektra erscheinen. Der zweite Faktor hingegen dient blos dazu, die Intensität der von dem ersten Faktor aufgetragenen Lichtmasse in bestimmten Stellen zu vermindern oder ganz zu zerstören, und dadurch neue Formen hervorzubringen.

§. 127. Bemerken wir zuerst, dass die Werthe dieses Faktors einer Periode unterworfen sind, welche regelmässig wiederkehrt, wenn $\frac{1}{2}\varepsilon_{\prime}$ um einen halben Kreisumfang sich vermehrt; denn setzen wir

$$\tfrac{1}{2}\varepsilon_{\prime} = m\pi + x, \text{ so wird } \left(\frac{\sin(n+1)\frac{1}{2}\varepsilon_{\prime}}{(n+1)\sin\frac{1}{2}\varepsilon_{\prime}}\right)^2 = \left(\frac{\sin(n+1)x}{(n+1)\sin x}\right)^2.$$

Wird aber $\frac{1}{2}\varepsilon_{\prime}$ oder $\pi\varepsilon\lambda^{-1} = \pm m\pi$, so ist $\varepsilon = \pm m\lambda$.

Da nun ε oder $e\sin\mu''\sin\psi - e\sin\mu\sin\chi$ (90.) dem Gangunterschiede von zwei auf einander folgenden Strahlenbündeln gleich ist, so folgt hieraus, dass die Wiederkehr der Periode immer eintritt, wenn dieser Gangunterschied um eine ganze Anzahl von Wellenlängen grösser geworden ist.

Ferner ist zu bemerken, dass die beiden Hälften der Periode einander gleich und symmetrisch sind; denn der Werth von P^2 bleibt derselbe, man mag für $\frac{1}{2}\varepsilon_{\prime}$ $(m\pi + \frac{1}{2}\pi + y)$ oder $(m\pi + \frac{1}{2}\pi - y)$ setzen.

§. 128. Die Tabelle IV. enthält die Hauptmomente einer Periode für 2 bis 10 Oeffnungen; in den *Fig. 48 — 53.* auf *Taf. V.* sind dieselben graphisch dargestellt. Die Abscisse von 0 bis 1 bezeichnet in diesen Figuren den halben Umfang oder π und die einer jeden Abscisse zugehörige Ordinate, für welche 5 Centimeter als Einheit angenommen sind, repräsentirt die entsprechenden Werthe des Faktors P^2.

§. 129. Ist $\frac{1}{2}\varepsilon_{\prime} = \pm m\pi$ oder $\frac{1}{2}\varepsilon_{\prime} = \pm 0, \pm\pi, \pm 2\pi, \pm 3\pi, \pm 4\pi, \pm 5\pi$ etc. so wird $P^2 = 1$ und

97) $$(A)^2_{(n+1)} = ((n+1)A')^2.$$

Denn wenn φ einen unendlich kleinen Bogen vorstellt, so ist

$$\sin(m\pi + \varphi) = \pm\sin\varphi = \pm\varphi \text{ und}$$

$$\sin(n+1)(m\pi + \varphi) = \sin((n+1)m\pi + (n+1)\varphi) = \pm(n+1)\varphi$$

also $$\left(\frac{\sin(n+1)(m\pi+\varphi)}{(n+1)\sin(m\pi+\varphi)}\right)^2 = \left(\frac{(n+1)\varphi}{(n+1)\varphi}\right)^2 = 1.$$

Wenn folglich $\frac{1}{2}\varepsilon,$ von $m\pi$ unendlich wenig, oder gar nicht verschieden ist, so wird

$$\left(\frac{\sin(n+1)\frac{1}{2}\varepsilon,}{(n+1)\sin\frac{1}{2}\varepsilon,}\right)^2 = 1.$$

Es wird aber, wie wir schon oben (§. 127.) gesehen haben, $\frac{1}{2}\varepsilon,$ oder $\pi\varepsilon\lambda^{-1} = \pm m\pi$, wenn $\varepsilon = \pm m\lambda$ ist.

Der zweite Faktor P^2 wird also $=1$, oder erreicht seine grössten Maxima, wenn der Gangunterschied von zwei auf einander folgenden Strahlenbündeln einer ganzen Anzahl von Undulationslängen gleich ist. Ich will diese grössten Werthe von P^2 Maxima zweiter Classe nennen. Dass, wie ich so eben beigefügt habe, diese Werthe von P^2 die grössten sind, welche der zweite Faktor erreichen kann, ist leicht einzusehen, wenn man sich erinnert, dass der Sinus des *m*fachen Winkels nie grösser werden kann, als der *m*fache Sinus des einfachen Winkels.

§. 130. P^2 wird Null,

wenn $(n+1)\frac{1}{2}\varepsilon, = \pm m\pi$, oder wenn $\frac{1}{2}\varepsilon, = \pm\frac{m}{n+1}\pi$ wird.

Man muss jedoch diejenigen Fälle ausnehmen, in welchen $\frac{m}{n+1}$ eine ganze Zahl ist, weil alsdann, wie in der vorhergehenden Nummer gezeigt worden, der Werth dieses Faktors sich auf 1 reduzirt. Die Intensität des ersten Faktors wird also durch den zweiten ganz zerstört,

98) wenn $\frac{1}{2}\varepsilon,$ oder $\pi\varepsilon\lambda^{-1} = \pm\frac{m}{n+1}\pi$, oder $(n+1)\varepsilon = \pm m\lambda$,

das heisst, wenn der $(n+1)$fache Gangunterschied von zwei auf einander folgenden Strahlenbündeln einer ganzen Anzahl von Undulationslängen gleich ist; wovon jedoch, wie schon gesagt, die Maxima der vorigen Nummer auszunehmen sind. Ich will diese Minima von P^2 Minima zweiter Classe nennen. Diese Minima zweiter Classe treten also ein,

bei 2 Oeffnungen, wenn $\frac{1}{2}\varepsilon, = \pm\frac{2}{4}\pi;\ \pm 1\frac{2}{4}\pi;\ \pm 2\frac{2}{4}\pi;\ \pm 3\frac{2}{4}\pi;$ etc.
bei 3 Oeffnungen, wenn $\frac{1}{2}\varepsilon, = \pm\frac{2}{6}\pi,\ \pm\frac{4}{6}\pi;\ \pm 1\frac{2}{6}\pi,\ \pm 1\frac{4}{6}\pi;$ etc.
bei 4 Oeffnungen, wenn $\frac{1}{2}\varepsilon, = \pm\frac{2}{8}\pi,\ \pm\frac{4}{8}\pi,\ \pm\frac{6}{8}\pi;\ \pm 1\frac{2}{8}\pi$ etc. ist; u. s. w.

Man vergleiche hiebei die *Figuren 48—53.* auf *Taf. V.*

§. 131. Es wird blos der Zähler von $P^2 = 1$, oder

99) $$P^2 = \left(\frac{1}{(n+1)\sin\left[\frac{(m+\frac{1}{2})\pi}{n+1}\right]}\right)^2 \quad \text{und} \quad (A)^2_{n+1} = A^2\left(\frac{1}{(n+1)\sin\left[\frac{(m+\frac{1}{2}\pi)}{n+1}\right]}\right)^2,$$

100) wenn $(n+1)\frac{1}{2}\varepsilon_{\prime}$, oder $(n+1)\pi\varepsilon\lambda^{-1} = \pm(m+\frac{1}{2})\pi$, oder $(n+1)\varepsilon = \pm(2m+1)\frac{1}{2}\lambda$.

Das heisst, wenn der $(n+1)$fache Gangunterschied von zwei auf einander folgenden Strahlenbündeln einer ungeraden Anzahl von halben Undulationslängen gleich ist, so treten die kleinern Maxima des zweiten Faktors ein. Diese kleinern Maxima, welche ich Maxima dritter Classe nennen will, finden also Statt,

bei 2 Oeffn., wenn $\frac{1}{2}\varepsilon_{\prime} = \pm(\frac{1}{4}\pi)$, $\pm(\frac{3}{4}\pi)$, $\pm(1\frac{1}{4}\pi)$, $\pm(1\frac{3}{4}\pi)$ etc.
bei 3 Oeffn., wenn $\frac{1}{2}\varepsilon_{\prime} = \pm(\frac{1}{6}\pi)$, $\pm\frac{3}{6}\pi$, $\pm(\frac{5}{6}\pi)$; $\pm(1\frac{1}{6}\pi)$, $\pm 1\frac{3}{6}\pi$, $\pm(1\frac{5}{6}\pi)$, etc.
bei 4 Oeffn., wenn $\frac{1}{2}\varepsilon_{\prime} = \pm(\frac{1}{8}\pi)$, $\pm\frac{3}{8}\pi$, $\pm\frac{5}{8}\pi$, $\pm(\frac{7}{8}\pi)$; $\pm(1\frac{1}{8}\pi)$, $\pm 1\frac{3}{8}\pi$; etc.

u. s. w. Auf den Namen eines Maximum müssen, wie die Figuren zeigen, diejenigen von diesen Werthen Verzicht leisten, welche einem Maximum zweiter Classe unmittelbar vorausgehen oder folgen, und desswegen oben mit Klammern eingeschlossen worden sind.

§. 132. Aus dem Vorhergehenden sehen wir:

1) dass alle Lichtberge zweiter Classe eine Intensität

$$(A)^2_{n+1} = ((n+1)A)^2$$

besitzen, welche der verstärkten Intensität einer einzigen Oeffnung an denselben Stellen gleich ist, und dass daher die Intensitäten dieser Lichtberge in demselben Verhältnisse zu einander stehen, wie die Lichtintensitäten, welche durch eine einzige Oeffnung an denselben Stellen hervorgebracht werden.

2) Dass bei zwei Oeffnungen keine Lichthügel dritter Classe vorhanden sind, dass aber zwischen den Lichtbergen zweiter Classe, bei 3 Oeffnungen immer einer, bei 4 Oeffnungen zwei, bei 5 Oeffnungen drei Lichthügel dritter Classe u. s. w. erscheinen. Wir sehen,

3) dass die Lichtberge zweiter Classe ihre Stelle nicht ändern, wenn auch die Anzahl der Oeffnungen zunimmt, dass aber diese Unveränderlichkeit bei den Lichthügeln dritter Classe nicht Statt findet;

4) dass die Lichtberge zweiter Classe doppelt so breit sind, als die Lichthügel dritter Classe, und dass diese Breiten, welche durch $\frac{2D}{n+1}$ und $\frac{D}{n+1}$ ausgedrückt werden, (wenn D die Distanz von zwei auf einander folgenden Lichtbergen zweiter Classe bezeichnet,) mit der Anzahl der Oeffnungen in geradem Verhältnisse abnehmen. Bei 100 Oeffnungen ist dieselbe dem fünfzigsten Theil, bei 1000 dem fünfhundertsten Theil des Zwischenraums von zwei benachbarten Lichtbergen zweiter Classe gleich.

§. 133. Die Höhe der Lichthügel dritter Classe wird bestimmt durch den Ausdruck

$$(A)^2_{n+1} = ((n+1)A')^2\left(\frac{1}{(n+1)\sin\left[\frac{(m+\frac{1}{2})\pi}{n+1}\right]}\right)^2 = A'^2\left(\frac{1}{\sin\left[\frac{(m+\frac{1}{2})\pi}{n+1}\right]}\right)^2.$$

Der kleinste Werth des letzten Faktors ist offenbar $=1$ und gehört, bei einer ungeraden Anzahl von Oeffnungen, immer dem mittelsten der inneren Spektra an. Es ist also bei diesem mittelsten inneren Spektrum

$$(A)^2_{n+1} = A'^2,$$

und die Intensität dieses Spektrums ist daher gleich der durch eine einzige Oeffnung an demselben Orte erzeugten Lichtmasse. Bei einer geraden Anzahl von Oeffnungen ist die Intensität der beiden mittelsten inneren Spektra nur um sehr Weniges grösser. Verglichen mit der verstärkten Intensität des Lichts an demselben Orte ist folglich das mittelste innere Spektrum bei 3 Oeffnungen nur $\frac{1}{9}$, bei 5 Oeffnungen $\frac{1}{25}$, bei 7 Oeffnungen $\frac{1}{49}$, bei 10 Oeffnungen $\frac{1}{100}$, bei 100 Oeffnungen $\frac{1}{10000}$. Das erste und letzte innere Spektrum wird nicht in demselben Verhältnisse schwächer; es ist bei 5 Oeffnungen nahe $\frac{1}{16}$, bei 7 Oeffnungen nahe $\frac{1}{19}$, bei 100 Oeffnungen $\frac{1}{22}$, und selbst bei der grössten Anzahl von Oeffnungen sinkt sein Werth nicht unter $\frac{1}{22,2}$, oder $\left(\frac{1}{3/2\,\pi}\right)^2$, herab. Während daher bei sehr vielen Oeffnungen jene, ihrer Lichtschwäche

wegen, zu verschwinden scheinen, müssen diese so lange sichtbar bleiben, als ihre geringe Breite sie nicht unbemerkbar macht. In diesem letzten Falle, nämlich bei einer sehr grossen Anzahl von Oeffnungen befolgt das Zentralspektrum und die zunächst daran liegenden inneren Spektra dieselben Gesetze, wie die Spektra eines einfachen Spaltes.

§. 134. Es bleibt uns jetzt noch übrig, in dem Bilde die Stellen aufzusuchen, in welchen der Faktor P^2 alle die mancherlei bisher betrachteten Werthe annimmt.

Es sey ePP' *Taf. IV. Fig. 44.* die Ebene des Schirms, N der optische Mittelpunkt desselben, NH die Richtung der direkten und NT die Richtung der gebeugten Strahlen. Ziehen wir Ne parallel mit der Linie $AA'A''$ in der vorhergehenden Figur, und legen wir durch die Punkte H und T die Kreisebenen PHP und $P_{\prime}'TP'$ senkrecht auf Ne, so ist, wenn wir die Durchschnittspunkte mit E und $E_{\prime}$ bezeichnen,

$$PNE = 180^0 - (\mu + 90^0) = 90^0 - \mu, \quad HNP = 90^0 - \chi,$$
$$MNE_{\prime} = 180^0 - (\mu'' + 90^0) = 90^0 - \mu_{\prime\prime}, \quad TNM = 90^0 - \psi;$$

also $NE = \sin\mu \sin\chi$, $NE_{\prime} = \sin\mu'' \sin\psi$,

und $EE_{\prime} = \sin\mu'' \sin\psi - \sin\mu \sin\chi$,

folglich nach (92.)

101) $\frac{1}{2}\varepsilon_{\prime} = \pi e (EE_{\prime}) \lambda^{-1}$ und $P^2 = \left(\frac{\sin[(n+1)\pi e (EE_{\prime})\lambda^{-1}]}{(n+1)\sin[\pi e (EE_{\prime})\lambda^{-1}]}\right)^2$.

Die Bedingung (§. 129.) für die grössten Maxima des Faktors P^2 tritt also ein, wenn

102) $\pi e (EE_{\prime}) \lambda^{-1} = \pm m\pi$, oder wenn $EE_{\prime} = \pm \frac{m\lambda}{e}$ ist.

Nimmt man daher $EE_{\prime}$ nach und nach $= \pm\frac{\lambda}{e}$, $\pm\frac{2\lambda}{e}$, $\pm\frac{3\lambda}{e}$ .... und legt durch die Endpunkte Kreisflächen, senkrecht auf Ne, oder parallel mit dem Hauptkreise PHP, so werden die Umfänge dieser Kreisflächen die Oerter der grössten Maxima des Faktors P^2 seyn. Für die Oerter der Minima von P^2 ist, nach §. 130. (98.), $\frac{1}{2}\varepsilon_{\prime} = \pm\frac{m}{n+1}\pi$, also

$$\pi e (EE_{\prime}) \lambda^{-1} = \pm\frac{m}{n+1}\pi, \quad \text{oder} \quad EE_{\prime} = \pm\frac{m}{n+1}\cdot\frac{\lambda}{e},$$

und für die kleinern Maxima ist, nach §. 131. (99.), $(n+1)\frac{1}{2}\varepsilon_{,} = \pm(m+\frac{1}{2})\pi$, also

$$(n+1)\pi e\,(EE_{,})\lambda^{-1} = \pm\,(m+\tfrac{1}{2})\pi, \quad \text{oder} \quad EE_{,} = \pm\frac{m+\frac{1}{2}}{n+1}\cdot\frac{\lambda}{e}.$$

Auf den Kreisumfängen, welche den grössten Maximis von P^2 entsprechen, wird, nach §. 129. und §. 132., das durch die Anzahl der Oeffnungen verstärkte Licht des ersten Faktors nicht geändert, sondern behält seine volle Intensität. Auf den Kreisumfängen, deren Ebene durch die Punkte der Minima von P^2 gehen, wird überall, nach §. 130., die Intensität des ersten Faktors gänzlich zerstört, und das Bild erscheint desswegen auf diesen Umfängen wie von finstern Strassen durchschnitten. Auf den Kreisen der kleinern Maxima endlich, und auf allen übrigen, wird das von dem ersten Faktor hervorgebrachte Licht nur zum Theile zerstört.

Legt man durch NH und Ne einen grössten Kreis $eKH(T)$ und bezeichnet man, wie in (58.), die Bögen KH und $K(T)$ mit $(\chi)'$ und $(\psi)'$, so wird

103) $$EE_{,} = \sin(\psi)' - \sin(\chi)' \quad \text{und} \quad P^2 = \left(\frac{\sin\left[(n+1)\pi e\,(\sin(\psi)' - \sin(\chi)')\lambda^{-1}\right]}{(n+1)\sin\left[\pi e\,(\sin(\psi)' - \sin(\chi)')\lambda^{-1}\right]}\right)^2$$

§. 135. Wir wollen nun diese allgemeinen Lehrsätze auf einige besondere Fälle anwenden.

Um einen Grundriss zu entwerfen für das Bild, welches erzeugt wird durch zwei parallelogrammartige Oeffnungen von der Gestalt und Lage, wie sie in *Fig. 38. Taf. III.* dargestellt sind, zeichnen wir zuerst, nach §. 94., die sogenannten Spektra erster Classe, welche durch eine einzige parallelogrammartige Oeffnung entstehen. Wir ziehen nämlich durch einen beliebigen Punkt o, den wir als die Projektion der Mitte H des Bildes ansehen, die beiden Hauptlinien XX, YY senkrecht auf die Seiten AB, CD und AC, BD. Auf diese Linien tragen wir Einheiten wiederholt auf, welche die Grössen $\frac{\lambda}{h'}$, $\frac{\lambda}{h''}$ repräsentiren, und wofür wir, (die Oberfläche des Parallelogramms $=\lambda$ annehmend) die Seiten AB und AC des Parallelogramms selbst wählen. Die Endpunkte bezeichnen wir mit 2, 4, 6, 8 etc. und ziehen durch dieselben Linien, mit der andern Hauptlinie parallel.

Nachdem auf diese Weise der Grundriss der parallelogrammartigen Spektra erster Classe entworfen ist, ziehen wir, parallel mit der Linie AA', welche zwei entsprechende Ecken verbindet, die Linie EE. Auf diese tragen wir Einheiten, welche die Grösse $EE_{,}=\frac{\lambda}{e}$ (102.) repräsentiren, und welche desswegen der Grundlinie eines Parallelogramms gleich seyn müssen, welches AA' zur Höhe hat und der Oeffnung $ABCD$ an Fläche gleich ist. Die Endpunkte der aufgetragenen Einheiten bezeichnen wir mit $1_{,}$, $2_{,}$, 3, etc., und errichten in denselben gerade Linien senkrecht auf EE. Diese Senkrechten sind die Projektionen der Oerter, welche den grössten Maximis von P^2 angehören und in welchen folglich das verstärkte Licht des Bildes nicht geändert wird.

Da nun bei zwei Oeffnungen die Minima zweiter Classe in der Mitte zwischen den Maximis zweiter Classe liegen, so dürfen wir nur durch die Punkte $\frac{1}{2}$, $1\frac{1}{2}$, $2\frac{1}{2}$ etc. andere Senkrechte, mit den vorigen parallel, ziehen, um die Projektionen aller derjenigen Oerter zu erhalten, in welchen das Licht der Spektra erster Classe gänzlich zerstört wird.

§. 136. Um den Grundriss des Bildes zu entwerfen, welches man durch drei parallelogrammartige Oeffnungen sieht, verfährt man ganz, wie in dem letzten Paragraphen, mit dem Unterschiede, dass man auf der Linie EE die Zwischenräume zwischen 0 und $1_{,}$, 1, und 2, etc. nicht in zwei, sondern in drei gleiche Theile theilt. (Man sehe *Taf. IV. Fig. 39.*) Die Senkrechten, welche durch die Punkte 0, $1_{,}$, $2_{,}$, 3, etc. gehen, gehören wieder den Mitten der Spektra zweiter Classe an, auf welchen die verstärkte Intensität der Spektra erster Classe ungeändert bleibt; die in den Zwischenpunkten errichteten Senkrechten hingegen entsprechen den Minimis zweiter Classe, welche als dunkle Strassen die Spektra erster Classe durchschneiden, und welche zwischen sich die nur halb so breiten und viel schwächeren Spektra dritter Classe einschliessen.

§. 137. Bei vier dergleichen Oeffnungen hat man die Zwischenräume zwischen den Punkten 0 und $1_{,}$, 1, und 2, etc. in 4 gleiche Theile zu theilen, und es erscheinen desswegen hier zwischen den Spektern zweiter Classe immer zwei schmale Spektra dritter Classe. Diese letztern werden im Verhältnisse zu den Spektern zweiter Classe immer schwächer, je mehr sich die Anzahl der Oeffnungen vermehrt; allein ihre Mitte bleibt

immer wenigstens eben so stark, wie das durch eine einzige Oeffnung an derselben Stelle erzeugte Licht.

§. 138. In *Fig. 60. Taf. VI.* ist der Grundriss entworfen für zwei quadratförmige Oeffnungen, welche sich mit ihren Ecken berühren. Die Erscheinung ist sehr niedlich und stimmt in allen Kleinigkeiten mit der Theorie überein. Bei drei dergleichen Quadraten zeigen sich innere Spektra, und zwar einzeln, bei vier Oeffnungen paarweise etc. *Fig. 62. Taf. VI.* zeigt die Erscheinung, wenn die Seiten der Quadrate nur halb so gross sind, als in der letzten Figur.

§. 139. Fällt die Richtung, in welcher die parallelogrammartigen Oeffnungen des Schirms an einander gereiht sind, mit einer der Seiten zusammen, so werden die dunkeln Strassen des zweiten Faktors mit den Randlinien der Spektra erster Classe parallel, weil beide auf der gedachten Seite senkrecht stehen, und man erhält z. B. für 4 Oeffnungen ein Bild, wie *Taf. III. Fig. 40.*, welches man sehr leicht hervorbringen kann, wenn man vor ein Drahtgitter ein Stanniolblatt mit einem Spalte in schiefer Richtung gegen die Drähte befestigt.

Soll die Erscheinung der gezeichneten vollkommen gleich werden, so müssen die Drähte genau eben so breit seyn, wie die Zwischenräume, welche sie zwischen sich lassen, und der Spalt im Stanniolblättchen muss doppelt so breit seyn, als diese Zwischenräume. Befestigt man den Spalt im Stanniolblatte senkrecht auf die Drähte, so werden alle Parallelogramme zu Rechtecken.

Macht man diesen Spalt sehr breit, oder nimmt man denselben von dem Drahtgitter ganz weg, so werden die Oeffnungen sehr hoch und alle Spektra sehr nieder, so dass man diejenigen, welche über und unter den glänzenden Hauptspektern der horizontalen Hauptlinie liegen, kaum unterscheiden kann.

§. 140. Der allgemeine analytische Ausdruck der Lichtstärke für alle von §. 135. bis §. 139. beschriebenen Erscheinungen ist

104) $$(A)^2 = \left(\frac{\sin\frac{1}{2}a_{\prime}}{\frac{1}{2}a_{\prime}} \cdot \frac{\sin\frac{1}{2}b_{\prime}}{\frac{1}{2}b_{\prime}} \cdot \frac{\sin(n+1)\frac{1}{2}e_{\prime}}{\sin\frac{1}{2}e_{\prime}}\right)^2,$$

worin, bei senkrecht auffallendem Lichte,

$\frac{1}{2} a_{,} = \pi a \sin \varrho'' \sin \psi \lambda^{-1}$, $\frac{1}{2} b_{,} = \pi b \sin \varphi'' \sin \psi \lambda^{-1}$ und $\frac{1}{2} e_{,} = \pi e \sin \mu'' \sin \psi \lambda^{-1}$ ist.

Für *Fig. 38. Taf. III.* ist insbesondere $b = 2a$ und $n + 1 = 2$.

Für *Fig. 39. Taf. III.* ist $b = 2a$ und $n + 1 = 3$.

Für *Fig. 60. Taf. VI.* ist $b = a, e = a\sqrt{2}, n + 1 = 2, \varrho'' - \varphi'' = 90^0, \varrho'' - \mu'' = 45^0$.

Für *Fig. 62. Taf. VI.* ist $b = a, e = 2a\sqrt{2}, n + 1 = 2, \varrho'' - \varphi'' = 90^0, \varrho'' - \mu'' = 45^0$.

Für *Fig. 40. Taf. III.* ist $b = 2a, e = 2a, n + 1 = 4$ und $\mu'' = \varrho''$.

§. 141. Wollen wir den Grundriss der Erscheinung für eine Reihe von dreieckigen Oeffnungen entwerfen, so zeichnen wir zuerst den sechsstrahligen Stern mit den dunkeln Plätzen, indem wir, nach der §. 112. befolgten Methode, die Hauptlinien *XX, YY, ZZ,* (*Taf. IV. Fig. 47.*) auf den Seiten eines der Dreiecke senkrecht errichten, die Seiten selbst als Einheiten auftragen, durch die Endpunkte Linien mit den andern Hauptlinien parallel ziehen, und diejenigen Durchschnittspunkte, welche nicht auf den Hauptlinien selbst liegen, als dunkle Plätze bezeichnen. Alsdann ziehen wir durch die Mitte des Grundrisses die Linie *EE* parallel mit $A A' A''$, und tragen wiederholt als Einheit darauf die Grundlinie eines Dreiecks, welches einem der gegebenen Dreiecke an Fläche gleich ist und $AA' = e$ zur Höhe hat. Die Endpunkte dieser Einheiten bezeichnen wir mit $1_{,}$, $2_{,}$, $3_{,}$, $4_{,}$ etc., theilen die Zwischenräume bei 2 Dreiecken in 2, bei 3 Dreiecken in 3 gleiche Theile u. s. w. und errichten in allen diesen Punkten gerade Linien senkrecht auf *EE*. Diejenigen dieser Senkrechten, welche durch die Punkte $1_{,}$, $2_{,}$, $3_{,}$ etc. gehen, entsprechen den grössten Maximis oder den Mitten der Spektra zweiter Classe, alle übrigen durchschneiden als finstere Strassen den Stern und schliessen bei mehr als 2 Dreiecken die inneren Spektra zwischen sich ein.

Auf diese Weise habe ich für zwei regelmässige Dreiecke die *Figuren 55.* und *56.* auf *Taf. V.* entworfen. In *Fig. 56.* sind besonders die gabelförmigen Enden der mittlern Spektra bemerkenswerth.

§. 142. Um den Grundriss des Bildes für eine Reihe von kreisrunden Oeffnungen zu zeichnen, nehme man den Durchmesser *D* einer Oeffnung als Längeneinheit, und beschreibe, von der angenommenen Mitte o des Bildes als Mittelpunkt, mit den Radien 1,220, 2,233, 3,238, 4,241, 5,243, 6,244 die Kreisumfänge, welche, nach §. 120., die dunkeln

Ringe des Bildes vorstellen. Alsdann ziehe man die Linie *EE* parallel mit der Richtung der Mittelpunkte der Oeffnungen, trage als Einheit die Grundlinie eines Rechteckes darauf, welches die Entfernung *e* der Mittelpunkte zweier Oeffnungen zur Höhe hat, und dem Quadrate des Durchmessers einer Oeffnung an Fläche gleich ist, bezeichne die Endpunkte mit 1,, 2,, 3, etc., theile die Zwischenräume, bei 2 Oeffnungen in 2, bei 3 Oeffnungen in 3 gleiche Theile u. s. w., und ziehe die Senkrechten wie in den vorigen Paragraphen.

§. 143. Man kann auch, noch einfacher, die Entfernungen der Mittelpunkte zweier Oeffnungen als Längeneinheit für die Radien 1,220, 2,233 etc. annehmen, und den Durchmesser einer Oeffnung als Einheit auf die Linie *EE* tragen. Nach beiden Methoden sind die aufgetragenen Einheiten den Grössen $\frac{\lambda}{D}$ und $\frac{\lambda}{e}$ (39. u. 102.), wie es seyn muss, proportional. Nach der letzten Methode habe ich die Erscheinung (*Taf. VI. Fig. 64.*) construirt, welche Fraunhofer durch 2 Oeffnungen von $0{,}\overset{z}{0}2227$ Durchmesser und $0{,}\overset{z}{0}3831$ Zentraldistanz bei weissem Sonnenlichte beobachtet, und in seiner schon öfters erwähnten Abhandlung beschrieben und abgebildet hat. Durch ein rothes Glas sieht man dieselbe ganz genau so, wie ich sie hier nach den Vorschriften der Theorie gezeichnet habe.

§. 144. Bei 3 kreisförmigen Oeffnungen erscheinen überall an der Stelle der dunkeln Strassen die halb so breiten und schwächern innern Spektra. Der Grundriss *Fig. 66. Taf. VI.* ist für drei kreisförmige Oeffnungen construirt, deren Mittelpunkte um zwei Durchmesser von einander entfernt sind. Bei 4 Oeffnungen zeigen sich immer zwei, bei 5 Oeffnungen drei innere Spektra, u. s. w. Bei sehr vielen Oeffnungen werden diese innern Spektra ihrer Schwäche wegen unkenntlich, und die Spektra zweiter Classe reduziren sich auf feine glänzende Linien, welche durch die dunkeln Ringe unterbrochen erscheinen.

---

§. 145. Die Entstehung der Spektra zweiter und dritter Classe bei einer Reihe von gleichen und gleichweit von einander entfernten Oeffnungen kann durch die Zeichnung der Geschwindigkeits-Curven sehr anschaulich dargestellt werden.

Die Resultanten der Oscillationsgeschwindigkeiten, welche durch Strahlenbündel hervorgebracht werden, die von gleichen und ähnlich liegenden Oeffnungen ausgehen, und mit einander parallel laufen, oder in denselben unendlich entfernten Punkten zusammentreffen, sind offenbar nur in ihrem Gange oder in der Phase ihrer Oscillationsgeschwindigkeiten verschieden. Nehmen wir die Ebene des Schirms auf den direkten Strahlen senkrecht an, so hängt diese Verschiedenheit blos von der Neigung der gebeugten Strahlen gegen den Schirm ab. Ist diese Neigung gleich Null, so sind die Strahlenbündel einander vollkommen gleich und erzeugen eine Resultante, deren Oscillationen 2, 3, 4 mal so gross sind, als die eines einzelnen Strahlenbündels, je nachdem 2, 3 oder 4 Strahlenbündel zusammenwirken. Man sehe *Taf. IX. Fig. 85, 87* und *93*. Nimmt die Neigung der gebeugten Strahlen gegen die Ebene des Schirms zu, so wird der Unterschied im Gange der einzelnen Strahlenbündel immer grösser, und die Oscillationen, die Anfangs in vollkommenem Einklange waren, wirken einander immer mehr entgegen, bis der Moment eintritt, in welchem vollkommene Zerstörung aller Oscillationsbewegungen Statt findet. Dieser Moment tritt bei 2 Oeffnungen ein, wenn der Gangunterschied einer ungeraden Anzahl von halben Wellenlängen gleich ist. Man sehe *Fig. 86*. Ist dieser Gangunterschied aber einer geraden Anzahl von halben Wellenlängen gleich, so haben die beiden Lichtbündel gleichen Gang und verstärken sich, wie im Anfang, immer auf das Doppelte.

§. 146. Bei 3 Oeffnungen wird die Oscillationsgeschwindigkeit auf das Dreifache verstärkt, wenn der Gangunterschied zwischen 2 benachbarten Strahlenbündeln entweder Null, oder einer ganzen Anzahl von halben Wellenlängen gleich ist, weil alsdann die Geschwindigkeits-Curven genau auf einander passen, und ihre Ordinaten summirt werden. Man sehe *Fig. 87* und *91*. Die 3 Strahlenbündel zerstören sich gegenseitig, wenn sie in ihrem Gange um $\frac{1}{3}$ oder $\frac{2}{3}$ oder um $1\frac{1}{3}$, $1\frac{2}{3}$ etc. Wellenlängen verschieden sind, weil alsdann die Summe der positiven Oscillationsgeschwindigkeiten in allen Punkten der Summe der negativen gleich wird. Man sehe *Fig. 88, 90* und *92*. Ist der Gangunterschied einer halben Wellenlänge gleich, so zerstören sich die beiden ersten Strahlenbündel und der dritte bleibt übrig. Man sehe *Fig. 89*. Dieselbe Reduction findet Statt bei einem Gangunterschiede von $1\frac{1}{2}$, $2\frac{1}{2}$, etc. Wellenlängen.

§. 147. Bei 4 Oeffnungen wird die Oscillationsgeschwindigkeit auf das Vierfache verstärkt, wenn der Gangunterschied zwischen den einzelnen Strahlenbündeln Null, oder einer ganzen Anzahl von Wellenlängen gleich ist. Man sehe *Fig. 93* und *99*. Die vier Strahlen zerstören sich, der erste den dritten, der zweite den vierten, wenn der Gangunterschied $^1/_4$, $^2/_4$, $^3/_4$, $1^1/_4$, etc. Wellenlängen beträgt. Man sehe *Fig. 94, 96, 98* und *100*. Ist der Gangunterschied der auf einander folgenden Strahlenbündel gleich $^3/_8$, $^5/_8$, $1^3/_8$, $1^5/_8$, etc. Wellenlängen, so ergiebt sich eine resultirende Oscillationsgeschwindigkeit, die um etwas weniges grösser ist, als die eines einzelnen Strahlenbündels. Man sehe *Fig. 95* und *97*. Durch die beiden letzten Figuren und durch *Fig. 89*. wird die Erscheinung der innern Spektra erklärt.

---

§. 148. Um schärfer beurtheilen zu können, mit welcher Treue die Theorie nicht allein die Form der Erscheinungen, sondern auch die Intensität des Lichts darstellt, wollen wir die Intensitäten der Spektra berechnen, welche durch die einfachsten Arten von Draht- oder Stabgittern hervorgebracht werden, und diese Resultate mit der Erfahrung vergleichen.

Bei einem rechtwinklichen Drahtgitter ist der allgemeine Ausdruck für die Intensität des Lichts in irgend einem Punkte des horizontalen Hauptkreises für senkrecht einfallendes Licht nach (104), und wenn man die Intensität in der Mitte des Bildes $= 1$ setzt

105) $$(A)^2 = \left((n+1)\frac{\sin[\pi a \sin\psi\,\lambda^{-1}]}{[\pi a \sin\psi\,\lambda^{-1}]}\right)^2 \cdot \left(\frac{\sin[(n+1)\pi e \sin\psi\,\lambda^{-1}]}{(n+1)\sin[\pi e \sin\psi\,\lambda^{-1}]}\right)^2.$$

worin a die Breite einer Oeffnung und e die Entfernung der Mitten von zwei auf einander folgenden Oeffnungen bedeutet.

§. 149. Die *Figuren 74, 75* und *76*. auf *Taf. VII*. stellen die mittelst des vorhergehenden Ausdrucks berechneten Intensitäten der Lichtspektra dar, welche durch 2, 3, 4 Oeffnungen eines Stabgitters hervorgebracht werden, in welchen die Oeffnungen eben so breit sind, wie die Stäbe, und für welches daher $e = 2a$ oder $a = \frac{1}{2} e$ ist.

§. 150. Die *Figuren 78, 79* und *80*. auf *Taf. VIII*. zeigen die Intensitäten der Spektra für 2, 3, 4 Oeffnungen eines Gitters, in welchem die

Oeffnungen halb so breit sind, als die Stäbe, und für welches daher $e = 3a$ oder $a = \frac{1}{3}e$ ist.

§. 151. Die *Figuren 82, 83* und *84.* auf *Taf. VIII.* endlich stellen die Intensitäten der Lichtspektra dar, welche man durch 2, 3, 4 Oeffnungen eines Gitters sieht, in welchem die Oeffnungen genau doppelt so breit sind, als die Stäbe, und für welches also $e = \frac{3}{2}a$ oder $a = \frac{2}{3}e$ ist.

§. 152. Die Tabelle V. enthält die numerischen Werthe, welche diesen Figuren zum Grunde liegen. Mit Hilfe dieser Figuren und der folgenden Betrachtungen wird man sich leicht auch bei jedem andern Stabgitter die Entstehung der einzelnen Spektra erklären können. Der erste Faktor des obigen Ausdrucks (105), nämlich $\left((n+1)\frac{\sin[\pi a \sin\psi\lambda^{-1}]}{[\pi a \sin\psi\lambda^{-1}]}\right)^2$, stellt, wie wir in §. 95. gesehen haben, die durch die Anzahl der Oeffnungen verstärkten Lichtberge dar, welche durch eine einzige Oeffnung hervorgebracht werden. In diesem verstärkten ersten Faktor bleiben die Nullpunkte oder die Minima erster Classe offenbar für irgend eine Anzahl von Oeffnungen desselben Gitters immer unverrückt an dem nämlichen Orte.

In den *Figuren 74, 75* und *76,* bei welchen $a = \frac{1}{2}e$ ist, findet man diese Minima in den Punkten ± 2, ± 4, ± 6, ± 8, etc., d. i. in denjenigen Punkten, in welchen

$$\pi e \sin\psi\lambda^{-1} = \pm 2\pi,\ \pm 4\pi,\ \pm 6\pi,\ \pm 8\pi,\ \text{etc., also}$$

$$\pi a \sin\psi\lambda^{-1} = \pm\pi,\ \pm 2\pi,\ \pm 3\pi,\ \pm 4\pi,\ \text{etc., oder } \sin\psi = \pm\frac{m\lambda}{a} \text{ ist.}$$

In den *Figuren 78, 79* und *80,* für welche $a = \frac{1}{3}e$ ist, befinden sich die Minima des ersten Faktors in den Punkten ± 3, ± 6, ± 9 etc.,

$$\text{wo } \pi e \sin\psi\lambda^{-1} = \pm 3\pi,\ \pm 6\pi,\ \pm 9\pi,\ \text{etc., also}$$

$$\pi a \sin\psi\lambda^{-1} = \pm\pi,\ \pm 2\pi,\ \pm 3\pi,\ \text{etc., oder } \sin\psi = \pm\frac{m\lambda}{a} \text{ ist.}$$

In den *Figuren 82, 83* und *84,* wo $a = \frac{2}{3}e$ ist, sind diese Minima in den Punkten

$$\pm\tfrac{3}{2},\ \pm\tfrac{6}{2},\ \pm\tfrac{9}{2},\ \pm\tfrac{12}{2},\ \pm\tfrac{15}{2},\ \text{etc.,}$$

weil in diesen

$$\pi e \sin\psi\lambda^{-1} = \pm\tfrac{3}{2}\pi,\ \pm\tfrac{6}{2}\pi,\ \pm\tfrac{9}{2}\pi,\ \pm\tfrac{12}{2}\pi,\ \pm\tfrac{15}{2}\pi,\ \text{etc., also}$$

$$\pi a \sin\psi\lambda^{-1} = \pm\pi,\ \pm 2\pi,\ \pm 3\pi,\ \pm 4\pi,\ \pm 5\pi,\ \text{etc., oder } \sin\psi = \pm\frac{m\lambda}{a} \text{ ist.}$$

Die zwischen diesen Nullpunkten liegenden verstärkten Lichtberge des ersten Faktors werden nun von dem zweiten Faktor mehr oder weniger modifizirt. Ihre Höhe bleibt nur in denjenigen Stellen unverändert, in welchen der zweite Faktor seine grössten Maxima erreicht, und $=1$ wird. Diese Stellen befinden sich in allen Figuren in den Punkten $0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4$ etc., in welchen $\pi e \sin\psi \lambda^{-1} = 0, \pm\pi, \pm 2\pi, \pm 3\pi, \pm 4\pi$ etc., also $P^2 = 1$ ist. Sie entsprechen den Spektern zweiter Classe und der Bedingung

$$\pi e \sin\psi \lambda^{-1} = \pm m\pi, \text{ oder } \sin\psi = \pm \frac{m\lambda}{e}.$$

In allen übrigen Stellen werden die verstärkten Lichtberge des ersten Faktors entweder vermindert oder ganz zerstört. Ganz zerstört werden dieselben in den Stellen, welche den Minimis des zweiten Faktors entsprechen, und sich

bei 2 Oeffnungen in den Punkten $\pm \frac{1}{2}, \pm 1\frac{1}{2}, \pm 2\frac{1}{2}, \pm 3\frac{1}{2}$, etc.,

bei 3 Oeffnungen in den Punkten $\pm \frac{1}{3}, \pm \frac{2}{3}$; $\pm 1\frac{1}{3}, \pm 1\frac{2}{3}$; etc.,

bei 4 Oeffnungen in den Punkten $\pm \frac{1}{4}, \pm \frac{2}{4}, \pm \frac{3}{4}$; $\pm 1\frac{1}{4}, \pm 1\frac{2}{4}, \pm 1\frac{3}{4}$; etc.

befinden.

Es entstehen hierdurch neue Thäler und zwischen denselben kleinere Lichthügel, nämlich die Maxima oder Spektra dritter Classe, auch innere Spektra genannt. Die Mittelpunkte derselben entsprechen

bei 3 Oeffnungen den Punkten $\pm \frac{3}{6}, \pm 1\frac{3}{6}, \pm 2\frac{3}{6}$, etc.,

bei 4 Oeffnungen den Punkten $\pm \frac{3}{8}, \pm \frac{5}{8}$; $\pm 1\frac{3}{8}$, $1\frac{5}{8}$; etc.

§. 153. Fällt ein Spektrum zweiter Classe (Maximum zweiter Classe) mit einem Minimum erster Classe zusammen, so entstehen an dessen Stelle auf beiden Seiten 2 kleine Hügel.

Dieses geschieht auf den *Figuren 74, 75* und *76* in $\pm 2, \pm 4, \pm 6$ und auf den *Figuren 78, 79, 80, 82, 83* und *84* in $\pm 3, \pm 6, \pm 9$, etc.

Eine ähnliche Theilung findet Statt, wenn ein Spektrum dritter Classe (Maximum dritter Classe) mit einem Minimum erster Classe zusammentrifft, wie man auf *Fig. 83.* in $\pm \frac{1}{2}, \pm 4\frac{1}{2}, \pm 7\frac{1}{2}$ sieht.

§. 154. Diese Resultate waren die ersten, auf welche mich die Undulationstheorie geführt hatte. Ich war daher sehr begierig, dieselben durch wirkliche Beobachtungen bestättigt zu sehen, am begierigsten

aber war ich auf die Lichthügel dritter Classe, welche sich in den *Figuren 79* und *80.* zwischen 1 und 2 befinden, und welche von Fraunhofer nicht bemerkt worden sind; denn er sagt pag. 43. seiner Abhandlung, dass die innern Spektra, welche unsere Lichthügel dritter Classe sind, nur in dem Raume *M M'*, das ist, zwischen den zwei ersten Spektern zweiter Classe, enthalten seyen. Ich war desswegen auf's Höchste überrascht, durch die 3 Stecknadelgitter, welche ich mir schon vorher verfertigt hatte, nicht allein die oben gedachten, sondern auch noch andere vielmal kleinere Lichthügel sehr deutlich und ganz genau in der Lage und Grösse, wie die Figuren sie darstellen, vor meinen Augen stehen zu sehen. Ich habe durch das erste Gitter, woran die Oeffnungen eben so breit als die Stecknadeln dick sind, ausser den Lichtbergen zweiter Classe die kleinen Lichthügel auf *Fig. 74.* in $1\frac{3}{4}$, $2\frac{1}{4}$ und in $3\frac{1}{4}$ bestimmt erkannt,

auf *Fig. 75.* alle 4 Hügel zwischen 1 und 3, und
auf *Fig. 76.* alle 6 Hügel zwischen 1 und 3.

Mit einem zweiten Gitter, an welchem die Oeffnungen nur halb so breit waren, als die Stäbe, sah ich alle Lichtberge zweiter Classe auf *Fig. 78.* bis in eine ziemlich weite Entfernung; allein den Hügel bei 3 konnte ich nur mit Mühe unterscheiden; in *Fig. 79.* erkannte ich noch den kleinen Hügel in $3\frac{1}{2}$, und in *Fig. 80.* den entsprechenden in $3\frac{3}{8}$.

Mit einem dritten Gitter, woran die Oeffnungen doppelt so breit waren, als die Nadeln, habe ich auf *Fig. 82.* zwischen 2 und 4 die Hügel $2\frac{3}{4}$, $3\frac{1}{4}$ gesehen,

auf *Fig. 83.* die zwei Hügelchen zwischen 1 und 2, und die 4 folgenden zwischen 2 und 4,

auf *Fig. 84.* die 2 Hügelchen zwischen 1 und 2, und alle 6 folgenden zwischen 2 und 4. Ich erkannte selbst mit Sicherheit, dass das erste der 6 Hügelchen in $2\frac{3}{8}$ eine grössere Intensität hatte, als jedes der beiden vorhergehenden in $1\frac{3}{8}$ und $1\frac{5}{8}$, gerade so, wie es seyn soll.

Man kann, wie wir in der Folge sehen werden, in eine noch viel grössere Ferne hinaus, und mit viel mehr Bestimmtheit diese kleinen Lichtspektra unterscheiden, wenn man vor das Stabgitter ein feines Fadengitter kreuzend vorhält.

Alle diese unbedeutenden Kleinigkeiten bestättigen auf's Glänzendste die Richtigkeit der Theorie.

§. 155. Nach dem bisher Gesagten ist es fast überflüssig zu bemerken, dass alle von Fraunhofer angestellten Messungen mit weissem Lichte durch den Ausdruck (105.) vollkommen dargestellt werden, wenn man darin für λ die dem weissen Lichte entsprechende Wellenlänge setzt.

§. 156. Für das äussere Ende von Fraunhofers unvollkommenen Spektern zweiter Classe oder für unsere Minima dritter Classe, welche unmittelbar nach einem Maximum zweiter Classe folgen, und wofür Fraunhofer kein Gesetz aufgestellt hat, gibt die Theorie, wie wir oben gesehen haben, die folgenden Oerter:

für 2 Oeffnungen $\frac{2}{4}\pi$, $1\frac{2}{4}\pi$, $2\frac{2}{4}\pi$, etc.,

für 3 Oeffnungen $\frac{2}{6}\pi$, $1\frac{2}{6}\pi$, $2\frac{2}{6}\pi$, etc.,

für 4 Oeffnungen $\frac{2}{8}\pi$, $1\frac{2}{8}\pi$, $2\frac{2}{8}\pi$, etc.,

oder allgemein für $(n+1)$ Oeffnungen

$$\left(m+\frac{1}{n+1}\right)\pi.$$

Mit diesem Gesetze stimmen alle Messungen Fraunhofers überein, wenn man, wie es seyn muss, das Zentralspektrum als erstes Spektrum zweiter Classe ansieht.

§. 157. Das Gesetz, welches dieser Naturforscher für die innern Spektra angibt, liegt, so wie das eben aufgestellte, in dem Ausdrucke $\frac{m}{n+1}\pi$, den wir oben für die Minima dritter Classe gefunden haben.

§. 158. Ich will jetzt noch einige Messungen mittheilen, welche ich mit den erwähnten Stecknadelgittern vorgenommen habe, und die, wenn sie auch nicht auf die höchste Genauigkeit Anspruch machen, doch recht gut zur Bestättigung der Theorie dienen. Die gemessenen Winkel $\vartheta^{(m)}$ sind die Abstände des intensivsten Theils im rothen Lichte von der Mitte des Bildes.

I. Gitter mit 11 Oeffnungen: $e = \overset{mm}{1,7376}$, $a = \frac{1}{2} e$.

a) ohne Glas

		$\frac{\vartheta^{(m)}}{m}$
$\vartheta^{(1)}$	1′.25″	1′.15″
$\vartheta^{(3)}$	3′.44″	1′.15″
$\vartheta^{(5)}$	6′. 5″	1′.13″
$\vartheta^{(7)}$	8′.15″	1′.11″
	Corr.	+ 1″
	Mittel	1′. 12″

b) durch das rothe Glas

		$\frac{\vartheta^{(m)}}{m}$
$\vartheta^{(1)}$	1′.17″	1′.17″
$\vartheta^{(3)}$	3′.45″	1′.15″
$\vartheta^{(5)}$	6′.12″	1′.14″
$\vartheta^{(7)}$	8′.36″	1′.14″
	Corr.	+ 1″
	Mittel	1′.15″

die Theorie fordert für das rothe Licht $\frac{\lambda}{e} = \frac{0,000640}{1,7376} = \sin 1'.16''0.$

II. Gitter mit 18 Oeffnungen; $e = \overset{mm}{0,8157}$, $a = \frac{2}{3} e$.

a) ohne Glas

		$\frac{\vartheta^{(m)}}{m}$
$\vartheta^{(1)}$	2′.38″	2′.38″
$\vartheta^{(2)}$	5′.18″	2′.39″
$\vartheta^{(4)}$	10′.10″	2′.32″
$\vartheta^{(5)}$	12′.45″	2′.33″
	Corr.	+ 2″5
	Mittel	2′.35″5

b) durch das rothe Glas

		$\frac{\vartheta^{(m)}}{m}$
$\vartheta^{(1)}$	2′.45″	2′.45″
$\vartheta^{(2)}$	5′.19″	2′.39″
	Corr.	+ 2″5
	Mittel	2′.41″5

die Theorie fordert für das rothe Licht $\frac{\lambda}{e} = \frac{0,000640}{0,8157} = \sin 2'.41''8.$

III. Gitter mit 15 Oeffnungen; $e = \overset{mm}{0,8124}$, $a = \frac{1}{3} e$.

a) ohne Glas

		$\frac{\vartheta^{(m)}}{m}$
$\vartheta^{(1)}$	2′.44″	2′.44″
$\vartheta^{(2)}$	5′.18″	2′.39″
$\vartheta^{(4)}$	10′.13″	2′.33″
$\vartheta^{(5)}$	12′.46″	2′.33″
	Corr.	+ 2″5
	Mittel	2′.35″5

b) durch das rothe Glas

		$\frac{\vartheta^{(m)}}{m}$
$\vartheta^{(1)}$	2′.38″	2′.38″
$\vartheta^{(2)}$	5′.14″	2′.37″
	Corr.	+ 2″5
	Mittel	2′.39″5

die Theorie fordert für das rothe Licht $\frac{\lambda}{e} = \frac{0,000640}{0,8124} = \sin 2'.42''5.$

IV. **Gitter mit 6 Oeffnungen**; $e = 2\overset{\text{mm}}{,}6064$, $a = \frac{1}{3}e$.
durch das rothe Glas.

		$\frac{\vartheta^{(m)}}{m}$
$\vartheta^{(1)}$	0'.54''	0'.54''
$\vartheta^{(2)}$	1'.42''	0'.51''
$\vartheta^{(4)}$	3'.26''	0'.51''
$\vartheta^{(5)}$	4'.14''	0'.51''
$\vartheta^{(7)}$	5'.50''	0'.50''
$\vartheta^{(8)}$	6'.38''	0'.50''
Corr.		+0'' 8
Mittel		0'. 50'' 8

die Theorie fordert für das rothe Licht $\frac{\lambda}{e} = \frac{0{,}000640}{2{,}6064} = \sin 0'.50''6.$

§. 159. Für die von Fraunhofer bei vertikal stehendem Schirme in einer horizontalen Ebene beobachteten nicht symmetrischen Spektra haben wir in unsern allgemeinen Ausdrücken (49 und 92) zu setzen:

$$\nu = 0, \; \varrho'' = \varrho = 90^\circ; \; \varphi'' = \varphi = 0; \; \mu'' = \mu = 90^\circ.$$

Hierdurch fällt in den *Figuren 33.* u. *44. Taf. III.* u. *IV.* MT auf $M'T'$, XHX wird zu einem grössten Kreise, welcher durch R geht, XX fällt mit Nb und Ne zusammen, und die Intensität des gebeugten Lichts (94) wird

$$106) \left\{ \begin{aligned} (A)^2_{(n+1)} &= (A')^2 . \left(\frac{\sin (n+1) \frac{1}{2}\varepsilon_{,}}{\sin \frac{1}{2} \varepsilon_{,}} \right)^2 = \\ &= (A \cos\chi)^2 . \left(\frac{\sin [\pi a (\sin\psi - \sin\chi) \lambda^{-1}]}{[\pi a (\sin\psi - \sin\chi) \lambda^{-1}]} \right)^2 \times \left(\frac{\sin [(n+1) \pi e (\sin\psi - \sin\chi) \lambda^{-1}]}{\sin \pi e (\sin\psi - \sin\chi) \lambda^{-1}]} \right)^2 \\ &= ((n+1) A \cos\chi)^2 . \left(\frac{\sin [\pi a (\sin\psi - \sin\chi) \lambda^{-1}]}{[\pi a (\sin\psi - \sin\chi) \lambda^{-1}]} \right)^2 \\ &\qquad \times \left(\frac{\sin [(n+1) \pi e (\sin\psi - \sin\chi) \lambda^{-1}]}{(n+1) \sin [\pi e (\sin\psi - \sin\chi) \lambda^{-1}]} \right)^2 . \end{aligned} \right.$$

Die von Fraunhofer beobachteten Oerter der grössten Maxima zweiter Classe entsprechen, wie wir oben §. 129. gesehen haben, der Bedingung $\frac{1}{2}\varepsilon_{,} = \pm m\pi$, oder

$$\pi e (\sin\psi - \sin\chi) \lambda^{-1} = \pm m\pi, \quad \text{woraus folgt:}$$

$$107) \quad \sin\psi - \sin\chi = \pm \frac{m\lambda}{e} \,*)$$

*) Diese Gleichung ist identisch mit derjenigen, welche Fraunhofer in Gilberts Annalen Band 74. pag. 361. zuerst angegeben hat. Die Theorie wird also durch Fraunhofers an demselben Orte mitgetheilte Beobachtungen vollkommen bestättigt.

Die Beugungswinkel, welche diesen Oertern angehören, folgen daher demselben Gesetze, wie die Beugungswinkel der dunkeln Stellen zwischen den Spektern eines Spaltes. (M. s. §. *74* u. *76*. und *Taf. II. Fig. 28, 29* u. *30*.)

Durch ein recht feines Glasgitter wird man diese nicht symmetrischen Spektra zweiter Classe auch schon mit blosem Auge ohne Fernrohr sehen, und zwar nicht allein bei durchgehendem, sondern auch bei reflektirtem Lichte. Ein Barton'scher Irisknopf zeigt schon diese Nicht-Symmetrie bei recht schief auffallendem Lichte.

§. 160. Zum Beschlusse dieses Abschnittes wollen wir nun noch die Erscheinungen bestimmen, welche ein Fraunhofer'sches Parthiegitter hervorbringt. *)

Ein solches Gitter besteht aus mehreren gleichen, aber ungleich von einander entfernten rechtwinklichen Oeffnungen, welche zusammen eine Parthie bilden, und sich regelmässig in gleichen Entfernungen wiederholen.

Setzen wir die Schirmfläche und in derselben die Seitenränder der Oeffnungen vertikal, und die direkten Strahlen horizontal und auf der Schirmfläche senkrecht, so wird für die horizontal gebeugten Strahlen der ersten Oeffnung nach (46. und 48.)

$$\tfrac{1}{2}(q-p)_{1-1} = \pi a \sin\psi\,\lambda^{-1},\ \tfrac{1}{2}(q-p)_{2-1} = 0,\ \tfrac{1}{4}(q-p)_{4+3+2+1} = \pi(\beta + \tfrac{1}{2}a)\sin\psi\,\lambda^{-1}$$

und $$\iint(U)_1 = (A)\sin(\alpha - i^{(1)}) = A.\frac{\sin[\pi a \sin\psi\,\lambda^{-1}]}{[\pi a \sin\psi\,\lambda^{-1}]}.\sin[\alpha - \pi(\beta^{(1)} + \tfrac{1}{2}a)\sin\psi\,\lambda^{-1}].$$

Die Resultanten der folgenden Oeffnungen in der ersten Parthie sind von der Resultante der ersten Oeffnung nur im Gange, oder durch einen verschiedenen Werth von β verschieden, und werden daher vorgestellt durch

$$\iint(U)_2 = (A)\sin(\alpha - i^{(2)}) = A.\frac{\sin[\pi a \sin\psi\,\lambda^{-1}]}{[\pi a \sin\psi\,\lambda^{-1}]}.\sin[\alpha - \pi(\beta^{(2)} + \tfrac{1}{2}a)\sin\psi\,\lambda^{-1}],$$

$$\iint(U)_3 = (A)\sin(\alpha - i^{(3)}) = A.\frac{\sin[\pi a \sin\psi\,\lambda^{-1}]}{[\pi a \sin\psi\,\lambda^{-1}]}.\sin[\alpha - \pi(\beta^{(3)} + \tfrac{1}{2}a)\sin\psi\,\lambda^{-1}],$$

. . . .

---

*) Gilberts Annalen der Physik. Band 74. pag. 370.

BIBLIOTHECA REGIA MONACENSIS

Vereinigen wir diese Resultanten, nach §. 48. (16.), in eine einzige Hauptresultante, indem wir daselbst α durch $\alpha - i^{(1)}$, $\gamma^{(1)}$ durch $i^{(2)} - i^{(1)}$, $\gamma^{(2)}$ durch $i^{(3)} - i^{(1)}$, $\gamma^{(3)}$ durch $i^{(4)} - i^{(1)}$, u. s. w. ersetzen, so wird die Resultante der ersten Parthie:

$$\iint (U)_{1+2+3+\ldots} = (A)_{1+2+3+\ldots} \cdot \sin\left(\alpha - i^{(1+2+3+\ldots)}\right), \quad \text{worin}$$

$$(A)^2_{1+2+3+\ldots} = (A)^2 \times \left[\overline{\int \cos(i - i^{(1)})}^2 + \overline{\int \sin(i - i^{(1)})}^2\right]$$

$$= \left(A \cdot \frac{\sin[\pi a \sin\psi\lambda^{-1}]}{[\pi a \sin\psi\lambda^{-1}]}\right)^2 \times \left[(\cos(i^{(1)} - i^{(1)}) + \cos(i^{(2)} - i^{(1)}) + \cos(i^{(3)} - i^{(1)}) + \ldots)^2 + \right.$$

$$\left. + (\sin(i^{(1)} - i^{(1)}) + \sin(i^{(2)} - i^{(1)}) + \sin(i^{(3)} - i^{(1)}) + \ldots)^2\right],$$

$$i^{(1)} - i^{(1)} = 0, \quad i^{(2)} - i^{(1)} = \pi(\beta^{(2)} - \beta^{(1)}) \sin\psi\lambda^{-1}, \quad i^{(3)} - i^{(1)} = \pi(\beta^{(3)} - \beta^{(1)}) \sin\psi\lambda^{-1}, \quad \text{etc.}$$

$$\text{und } \tang i^{(1+2+3+\ldots)} = \frac{\int \sin(i - i^{(1)})}{\int \cos(i - i^{(1)})} \quad \text{ist.}$$

In diesen Ausdrücken bezeichnen die Grössen $\beta^{(2)} - \beta^{(1)}$, $\beta^{(3)} - \beta^{(1)}$, etc. die Abstände des Anfangspunktes der ersten Oeffnung einer Parthie von den entsprechenden Punkten in den übrigen Oeffnungen derselben Parthie.

Die Intensität des gebeugten Lichts für $n+1$ solcher regelmässig auf einander folgenden Parthien ist daher, wenn man die gegenseitige Entfernung der Anfangspunkte derselben mit e bezeichnet, nach §. 125.

108) $$\begin{cases} (A)^2_{(n+1)(1+2+3+\ldots)} = ((n+1)(A))^2 \left(\overline{\int \cos(i - i^{(1)})}^2 + \overline{\int \sin(i - i^{(1)})}^2\right) \times \left(\dfrac{\sin[(n+1)\pi e \sin\psi\lambda^{-1}]}{(n+1)\sin[\pi e \sin\psi\lambda^{-1}]}\right)^2 \\ = \left((n+1) A \cdot \dfrac{\sin[\pi a \sin\psi\lambda^{-1}]}{[\pi a \sin\psi\lambda^{-1}]}\right) \times \left(\dfrac{\sin[(n+1)\pi e \sin\psi\lambda^{-1}]}{(n+1)\sin[\pi e \sin\psi\lambda^{-1}]}\right)^2 \times \left(\overline{\int \cos(i - i^{(1)})}^2 + \overline{\int \sin(i - i^{(1)})}^2\right). \end{cases}$$

Enthält jede Parthie nur zwei Oeffnungen, so ist der letzte Faktor, den ich mit M^2 bezeichnen will,

$$\overline{\int \cos(i - i^{(1)})}^2 + \overline{\int \sin(i - i^{(1)})}^2 = (1 + \cos(i^{(2)} - i^{(1)}))^2 + (0 + \sin(i^{(2)} - i^{(1)}))^2,$$

oder

$$M^2 = 2 + 2\cos(i^{(2)} - i^{(1)}) = 4\cos^2 \tfrac{1}{2}(i^{(2)} - i^{(1)}).$$

Enthält jede Parthie drei Oeffnungen, so ist

$$\overline{\int \cos(i - i^{(1)})}^2 + \overline{\int \sin(i - i^{(1)})}^2 = (1 + \cos(i^{(2)} - i^{(1)}) + \cos(i^{(3)} - i^{(1)}))^2$$
$$+ (0 + \sin(i^{(2)} - i^{(1)}) + \sin(i^{(3)} - i^{(1)}))^2,$$

oder

$$M^2 = 3 + 2\cos(i^{(2)} - i^{(1)}) + 2\cos(i^{(3)} - i^{(1)}) + 2\cos(i^{(3)} - i^{(2)}).$$

Die Gleichung (108.) zeigt uns, dass man die Intensität des Lichts nicht vollständig berechnen kann, ohne, ausser den Grössen e, $\beta^{(1)}-\beta^{(0)}$, $\beta^{(2)}-\beta^{(0)}$ etc., auch die Breite der Oeffnungen oder a zu kennen. Da Fraunhofer diese Breite nicht angegeben hat, so müssen wir unsere Berechnung auf die Bestimmung der Werthe des letzten Faktors und zwar für diejenigen Oerter beschränken, in welchen der zweite Faktor seine grössten Maxima erreicht, und welche den Spektern zweiter Classe entsprechen. In dem von Fraunhofer gebrauchten Gitter war nach dessen Angabe:

$$\beta^{(1)}-\beta^{(0)}=\frac{25}{100}e,\quad \beta^{(2)}-\beta^{(0)}=\frac{58}{100}e \quad \text{und} \quad \beta^{(2)}-\beta^{(1)}=\frac{33}{100}e.$$

Berechnet man mit diesen Daten für die Oerter der grössten Maxima des zweiten Faktors, in welchen

$$\pi e \sin\psi\,\lambda^{-1} = \pm m\pi,$$

also $i^{(1)}-i^{(0)}$ oder $\pi(\beta^{(1)}-\beta^{(0)})\sin\psi\,\lambda^{-1} = \pm\frac{25}{100}m\pi$,

$i^{(2)}-i^{(0)}$ oder $\pi(\beta^{(2)}-\beta^{(0)})\sin\psi\,\lambda^{-1} = \pm\frac{58}{100}m\pi$,

$i^{(2)}-i^{(1)}$ oder $\pi(\beta^{(2)}-\beta^{(1)})\sin\psi\,\lambda^{-1} = \pm\frac{33}{100}m\pi$

ist, die Werthe von M^2, so erhält man die in dem Täfelchen VI. befindlichen Zahlen. Diese Werthe stimmen, wie man sieht, auf's Schönste mit Fraunhofers Beschreibung überein, nach welcher das zwölfte und vierundzwanzigste Spektrum sehr intensiv erschien, während die benachbarten fast gänzlich fehlten. Die in der letzten Columne desselben Täfelchens mit $M_{,}^2$ bezeichneten Zahlen habe ich für ein Parthiegitter berechnet, in welchem

$$\beta^{(1)}-\beta^{(0)} = \tfrac{1}{4}e \qquad = \frac{25}{100}e,$$

$$\beta^{(2)}-\beta^{(0)} = \tfrac{1}{4}e+\tfrac{1}{3}e = \frac{58\tfrac{1}{3}}{100}e,$$

$$\beta^{(2)}-\beta^{(1)} = \tfrac{1}{3}e \qquad = \frac{33\tfrac{1}{3}}{100}e$$

ist. Diese letzten Verhältnisse würden also das zwölfte und vierundzwanzigste Spektrum noch reiner darstellen.

II. Bestimmung der Erscheinungen, welche ein homogener Lichtpunkt zeigt, wenn man denselben durch mehrere Reihen gleicher und gleichweit von einander entfernter Oeffnungen betrachtet.

§. 161. Die Gleichungen, welche wir oben (93, 94, 95 und 101.) für eine Reihe von einzelnen gleichen Oeffnungen entwickelt haben, gelten offenbar auch für eine Reihe von gleichen, aus verschiedenen Oeffnungen beliebig zusammengesetzten Gruppen, wenn man unter

$$U^{(1)} = A' \sin(\alpha - i)$$

die Resultante des gebeugten Lichts einer solchen Gruppe versteht.

Bezeichnen wir daher ganz allgemein die Resultante des gebeugten Lichts einer beliebigen Gruppe von Oeffnungen mit

$$U_x = A_x \sin(\alpha - i),$$

so ist die Resultante einer Reihe von $m+1$ solcher Gruppen

$$109)\quad U_{x(m+1)} = A_{x(m+1)} . \sin(\alpha - i - \frac{m}{2}\varepsilon_{,,}) = A_x \frac{\sin(m+1)\frac{1}{2}\varepsilon_{,,}}{\sin\frac{1}{2}\varepsilon_{,,}} \sin(\alpha - i - \frac{m}{2}\varepsilon_{,,})$$

und die Intensität des gebeugten Lichtes dieser $m+1$ Gruppen

$$110)\quad A^2_{x(m+1)} = ((m+1)A_x)^2 . \left(\frac{\sin(m+1)\frac{1}{2}\varepsilon_{,,}}{(m+1)\sin\frac{1}{2}\varepsilon_{,,}}\right)^2 = ((m+1)A_x)^2 . Q^2.$$

worin

$$\tfrac{1}{2}\varepsilon_{,,} = \pi(f\sin\mu_2''\sin\psi - f\sin\mu_2\sin\chi)\lambda^{-1} = \pi f(FF_,)\lambda^{-1}$$

ist, und die Grössen $\varepsilon_{,,}$, f, μ_2'', μ_2, $FF_,$, Q^2, in Beziehung auf die Reihe der Gruppen dieselbe Bedeutung haben, welche die Grössen $\varepsilon_{,}$, e, μ'', μ, $EE_,$ und P^2 (§. 93.) etc. in Beziehung auf eine Reihe von einzelnen Oeffnungen hatten. Das durch die Anzahl der Gruppen verstärkte Bild einer einzigen Gruppe, dessen Intensität durch den ersten Faktor des Ausdrucks (110.) vorgestellt ist, wird also durch den zweiten Faktor Q^2 auf dieselbe Weise modifizirt, wie das verstärkte Bild einer einzigen Oeffnung durch den Faktor P^2 verändert wurde.

§. 162. Besteht eine einzelne Gruppe selbst schon aus einer regelmässigen Reihe von $n+1$ Oeffnungen, so ist (93.)

$$U_x = A' \frac{\sin(n+1)\frac{1}{2}\varepsilon_{,}}{\sin\frac{1}{2}\varepsilon_{,}} \sin\left(\alpha - i - \frac{n}{2}\varepsilon_{,}\right)$$

also

111) $$U_{x(m+1)} = A' \frac{\sin(n+1)\frac{1}{2}\varepsilon_{,}}{\sin\frac{1}{2}\varepsilon_{,}} \cdot \frac{\sin(m+1)\frac{1}{2}\varepsilon_{,,}}{\sin\frac{1}{2}\varepsilon_{,,}} \sin\left(\alpha - i - \frac{n}{2}\varepsilon_{,} - \frac{m}{2}\varepsilon_{,,}\right)$$

und die Intensität des gebeugten Lichts der $m+1$ Reihen

112) $$A^2_{x(m+1)} = ((n+1)(m+1)A')^2 \times \left(\frac{\sin(n+1)\frac{1}{2}\varepsilon_{,}}{(n+1)\sin\frac{1}{2}\varepsilon_{,}}\right)^2 \times \left(\frac{\sin(m+1)\frac{1}{2}\varepsilon_{,,}}{(m+1)\sin\frac{1}{2}\varepsilon_{,,}}\right)^2$$
$$= ((n+1)(m+1)A')^2 \times P^2 \times Q^2.$$

§. 163. Wir wollen diese allgemeinen Ausdrücke durch einige Beispiele erläutern.

Soll ein Bild entworfen werden für einen Schirm, welcher zwei Reihen von Oeffnungen enthält, jede Reihe mit 3 Parallelogrammen, wie in *Fig. 46. Taf. IV.*, so construiren wir zuerst, nach §. 136., den Grundriss des Bildes, welches einer einzigen Reihe entspricht (*Fig. 39. Taf. III.*); alsdann ziehen wir die Linie FF parallel mit $AA_{,}$ und tragen Einheiten darauf, welche die Grösse $FF_{,} = \frac{\lambda}{f}$ repräsentiren. Eine solche Einheit ist der Grundlinie eines Parallelogramms gleich, welches mit einer der Oeffnungen gleiche Oberfläche und die Entfernung $AA_{,}$ zur Höhe hat. Die Theilungspunkte bezeichnen wir mit $1_{,,}$ $2_{,,}$ $3_{,,}$ . . . und errichten in denselben senkrechte Linien. Diese Linien sind die Oerter der grössten Maxima des Faktors Q^2 und bezeichnen die Stellen, in welchen das vorige Bild von dem letzten Faktor nicht geändert wird. Da nach der Voraussetzung der Schirm nur zwei Reihen von Oeffnungen enthält, so theilen wir nun die Zwischenräume in zwei gleiche Theile, und ziehen durch diese Theilungspunkte Linien parallel mit den zuletzt errichteten Senkrechten. Diese Linien sind die dunkeln Strassen des Faktors Q^2, welche das vorige Bild von Neuem durchschneiden, und alles Licht auf ihrem Wege zerstören. Bei mehr als zwei Reihen von Oeffnungen entstehen zwischen den grössten Maximis des Faktors Q^2 innere Spektra oder Spektra dritter Classe etc. Alles ganz auf dieselbe Weise, wie dieses bei dem Faktor P^2 geschah.

§. 164. Enthält der Schirm sehr viele Reihen, eine jede mit sehr vielen Oeffnungen, so reduziren sich die Spektra zweiter Classe auf blosse

glänzende Lichtpunkte und alle inneren Spektra scheinen verschwunden zu seyn. Diese Lichtpunkte befinden sich an denjenigen Stellen, in welchen sich die in $1_{,}, 2_{,}, 3_{,}, \ldots\ 1_{,,}, 2_{,,}, 3_{,,}, \ldots$ errichteten Senkrechten durchschneiden; sie besitzen die durch die Anzahl der Oeffnungen verstärkte Intensität einer einzigen Oeffnung, welche durch $((m+1)(n+1)A')^2$ ausgedrückt ist. Man vergleiche §. 126. Diese Lichtpunkte zeigen daher in verstärktem Maase die Intensität des Lichts an, welches eine einzige Oeffnung an derselben Stelle besitzt. Mehrere Reihen von Oeffnungen, in gehöriger Entfernung geordnet, können daher oft mit Vortheil zur Untersuchung dieses Verhältnisses angewendet werden.

§. 165. Wir haben in §. 138. gesehen, dass zwei Quadrate, welche sich mit ihren Ecken berühren, die in *Fig. 60. Taf. VI.* abgebildete Erscheinung hervorbringen. Kommt noch ein ähnliches Paar hinzu, wie in *Fig. 61. Taf. VI.*, so wird jene Figur noch einmal in der Richtung *FF* von dunkeln Strassen durchschnitten, und es entsteht das in der letzten Figur nach den Vorschriften der Theorie gezeichnete Bild. Enthält eine Reihe mehr als zwei Quadrate, so erscheinen auch innere Spektra. Sind sehr viele Quadrate in jeder Reihe vorhanden, so conzentriren sich, wie oben bemerkt wurde, die Spektra zweiter Classe in glänzende Lichtpunkte und die innern Spektra werden unsichtbar. Die *Fig. 63.* auf *Taf. VI.* ist für 4 Quadrate entworfen, deren Seiten bei gleicher Entfernung der Mittelpunkte nur halb so gross sind, als die Seiten der in *Fig. 61. Taf. VI.* gezeichneten Vierecke. Für sehr viele Rechtecke, wie in *Fig. 68. Taf. VII.*, ist das daselbst beigefügte Bild entworfen; es stimmt, wie alle vorhergehenden, vollkommen mit den Erscheinungen überein.

§. 166. Zu den schönsten und interessantesten Erscheinungen dieser Art gehören diejenigen, welche durch zwei unter einem beliebigen Winkel sich durchkreuzende Stabgitter hervorgebracht werden. Sind die Oeffnungen in denselben eben so breit, als die Stäbe dick sind, und bedeckt man in beiden Gittern alle Oeffnungen bis auf 4, so entstehen beim rechtwinkligen Durchkreuzen 16 quadratförmige Oeffnungen, und man erblickt das schöne Bild, dessen Grundriss in *Fig. 104. Taf. X.* nach den Vorschriften der Theorie entworfen ist. In *Fig. 105.* sieht man den Durchschnitt derjenigen Lichtberge, welche in den beiden Hauptlinien *XX, YY* des Grundrisses auf den mit gleichen Zahlen bezeichneten Plätzen

stehen. Das Verhältniss der Intensität dieser Lichtberge ist identisch mit demjenigen, welches in *Fig. 76. Taf. VII.* für ein einzelnes ähnliches Stabgitter dargestellt wurde.

Da bei Kreuzgittern die Richtung der Linien *EE* und *FF* mit der Richtung der Seiten a und b zusammenfällt, so erhält man bei denselben, wie bei einem einzelnen Parallelogramm (§. 93.), die Intensität in einem beliebigen Punkte z, wenn man die Intensitäten der entsprechenden Punkte auf den Hauptlinien *XX* und *YY* mit einander multiplizirt. (Die Intensität in der Mitte des Bildes $=1$ gesetzt.) Man kann sich daher hier, wie dort von der Intensität irgend eines Punktes sehr leicht Rechenschaft geben. Man vergleiche §. 96.

In 3 ist z. B. die Lichtstärke $= 0,0450 = 1/22$,
in 7 „ „ „ „ $= 0,0082 = 1/122$,

in z daher $= 0,0450 \times 0,0082$ $= 0,00037 = \frac{1}{2684}$,

also nahe 3000mal schwächer als in der Mitte.

Auf dieselbe Weise erhält man für die Intensität des Lichts in dem Punkte x 0,0020 oder $\frac{1}{500}$, für den Punkt y 0,0027 oder $\frac{1}{370}$. Die Theorie lehrt uns also, dass die Intensität in y ein wenig grösser ist, als in x, und man sieht auch wirklich bei abnehmendem Lichte das Spektrum in x etwas früher verschwinden, als das in y. Für w erhält man 0,000002; an dieser letzten Stelle soll also das Licht 500000mal schwächer seyn, als in der Mitte der Erscheinung. Man bemerkt daselbst auch in der That nicht die geringste Spur von einem Lichtbilde. Man vergleiche auch §. 95.

§. 167. Dreht man das eine der beiden Stabgitter vor dem andern, so dass sich die Stäbe nicht mehr unter einem rechten, sondern unter einem spitzen Winkel durchschneiden, so nimmt auch das Bild eine verschobene Gestalt an, ohne dass sich jedoch das Verhältniss der Intensität in den verschiedenen Theilen im Geringsten ändert. Man vergleiche §. 139. und *Taf. III. Fig. 40.*

Macht man die Anzahl der Oeffnungen kleiner oder grösser, so wird blos die Anzahl der inneren Spektra vermindert oder vermehrt.

Sind die Oeffnungen der Gitter nur halb so breit, oder doppelt so breit als die Stäbe dick sind, so sind für 2, 3 oder 4 Oeffnungen die Intensitäten

auf den beiden Hauptlinien die auf *Taf. VIII.* construirten, und die Erscheinungen sind hiernach leicht zu entwerfen.

Bei einer sehr grossen Anzahl von Oeffnungen werden alle inneren Spektra unbemerkbar, und die Spektra zweiter Classe reduziren sich auf blosse glänzende Lichtpunkte; (bei homogenem Lichte nämlich, welches bisher immer vorausgesetzt wurde.)

§. 168. Die in den beiden vorhergehenden Paragraphen beschriebenen Erscheinungen sieht man fast alle zusammen sehr schön ohne Fernrohr durch 2 Russgitter, auf welchen sich die feinen, von der Lampenschwärze entblössten Linien wie in *Fig. 69. Taf. VII.* durchkreuzen. Als Lichtobjekt dient hierzu recht gut das Sonnenbildchen auf einem gut polirten weissen metallenen Kleiderknopfe.

Ein Stück Drahttuch, Musselin oder Seidenband vor das Objektiv eines Fernrohrs gehalten, bringt, wie schon W. Nicholson*) beobachtet hat, ähnliche sehr glänzende aber weniger regelmässige Erscheinungen hervor.

§. 169. Der allgemeine Ausdruck der Intensität des Lichts für mehrere Reihen von parallelogrammartigen Oeffnungen ist, wenn man die Intensität in der Mitte des Bildes $=1$ setzt,

$$113)\quad (A)^2_{(n+1)(m+1)} = \left((n+1)(m+1) \cdot \frac{\sin\frac{1}{2}a_{,}}{\frac{1}{2}a_{,}} \cdot \frac{\sin\frac{1}{2}b_{,}}{\frac{1}{2}b_{,}} \cdot \frac{\sin(n+1)\frac{1}{2}e_{,}}{(n+1)\sin\frac{1}{2}e_{,}} \cdot \frac{\sin(m+1)\frac{1}{2}f_{,}}{(m+1)\sin\frac{1}{2}f_{,}}\right)^2,$$

worin bei senkrecht auffallendem Lichte (man vergleiche §. 139.)

$$\tfrac{1}{2}a_{,} = \pi a \sin\varrho'' \sin\psi\,\lambda^{-1}, \quad \tfrac{1}{2}b_{,} = \pi b \sin\varphi'' \sin\psi\,\lambda^{-1},$$
$$\tfrac{1}{2}e_{,} = \pi e \sin\mu'' \sin\psi\,\lambda^{-1}, \quad \tfrac{1}{2}f_{,} = \pi f \sin\mu_{,}'' \sin\psi\,\lambda^{-1}.$$

a) Für *Fig. 61. Taf. VI.*, ist noch insbesondere:

$$b=a,\ f=e=a\sqrt{2},\ n+1=2,\ m+1=2,\ \varrho''-\varphi''=90^\circ,\ \varrho''-\mu''=\varphi''-\mu_{,}''=45^\circ;$$

b) für *Fig. 63. Taf. VI.*,

$$b=a,\ f=e=2a\sqrt{2},\ n+1=2,\ m+1=2,\ \varrho''-\varphi''=90^\circ,\ \varrho''-\mu''=\varphi''-\mu_{,}''=45^\circ;$$

c) für *Fig. 68. Taf. VII.*,

$$b=2a,\ f=e=2a\sqrt{2},\ n+1 \text{ u. } m+1=\infty,\ \varrho''-\varphi''=90^\circ,\ \varrho''-\mu''=\varphi''-\mu_{,}''=45^\circ.$$

Bei Kreuzgittern im Allgemeinen ist $\mu''=\varrho''$ und $\mu_{,}''=\varphi''$,

also $\tfrac{1}{2}a_{,} = \pi a \sin\varrho'' \sin\psi\,\lambda^{-1}, \quad \tfrac{1}{2}b_{,} = \pi b \sin\varphi'' \sin\psi\,\lambda^{-1},$

$\tfrac{1}{2}e_{,} = \pi e \sin\varrho'' \sin\psi\,\lambda^{-1}, \quad \tfrac{1}{2}f_{,} = \pi f \sin\varphi'' \sin\psi\,\lambda^{-1},$ und

---

*) Gilbert's Annalen der Physik, Band XVIII. pag. 197.

d) für *Fig. 104. Taf. X.*, $b = a, f = e = 2a, \; n+1 = 4, \; m+1 = 4$ und $\varrho'' = \varphi'' = 90°$.

§. 170. Um auch ein Beispiel von einer dreifachen Reihenwiederholung zu geben, möge hier noch der analytische Ausdruck für die Intensität des Lichts bei einem Schachbrettgitter Platz nehmen.

Für die mit *a* *Taf. VII. Fig. 70.* bezeichneten Felder gilt der allgemeine Ausdruck in (114); die mit *b* bezeichneten sind nur eine Wiederholung der vorigen in der Richtung der Diagonale. Es ist daher der gesuchte Ausdruck

$$114)\; (A)^2_{2(n+1)(m+1)} = \left(2(n+1)(m+1)\frac{\sin\frac{1}{2}a_{,}}{\frac{1}{2}a_{,}} \cdot \frac{\sin\frac{1}{2}b_{,}}{\frac{1}{2}b_{,}} \cdot \frac{\sin(n+1)\frac{1}{2}e_{,}}{(n+1)\sin\frac{1}{2}e_{,}} \cdot \frac{\sin(m+1)\frac{1}{2}f_{,}}{(m+1)\sin\frac{1}{2}f_{,}} \cdot \frac{\sin g_{,}}{2\sin\frac{1}{2}g_{,}}\right)^2,$$

worin ausser den oben §. 169. für *Fig. 104.* angegebenen Bedingungen, noch

$$\tfrac{1}{2}g_{,} = \pi g \sin\mu_3'' \sin\psi\, \lambda^{-1}, \quad g = a\sqrt{2}, \quad \text{und} \quad \mu_3'' = \varrho'' + 45° \quad \text{ist.}$$

§. 171. Die Erscheinungen, welche durch mehrere Reihen von dreieckigen oder kreisrunden Oeffnungen hervorgebracht werden, sind nach dem Vorhergehenden leicht voraus zu bestimmen.

In den *Figuren 106* und *107.* auf *Taf. X.* sieht man die Erscheinungen, welche durch viele Reihen von regelmässigen Dreiecken hervorgebracht werden, die so geordnet sind, wie die danebenstehenden Gitter zeigen.

In diesen Figuren ist vorzüglich bemerkenswerth, dass diejenigen Spektra zweiter Classe, welche auf die dunkeln Plätze fallen, alle fehlen, sonst aber auch keines. Vergl. §. 111. und 164. In *Fig. 65. Taf. VI.* habe ich den Grundriss des Bildes für 4 kreisförmige Oeffnungen construirt, welche die von Fraunhofer in seiner Abhandlung pag. 67. angegebene Grösse und Lage besitzen, nämlich 0,01596 Zoll Durchmesser und 0,02897 Zoll Centraldistanz. Durch ein rothes Glas sieht man die Erscheinung, wie unsere Figur sie darstellt.

Die bei zusammengesetztem Lichte sichtbaren Streifen haben ihren Grund in der auf den Mittelpunkt gerichteten Reihenfolge der Spektra.

§. 172. *Fig. 67. Taf. VI.* zeigt die Erscheinung für sehr viele kreisförmige Oeffnungen, welche rechtwinklich geordnet sind, und deren Mittelpunkte um zwei Durchmesser von einander abstehen.

DRITTE ABTHEILUNG.

Bestimmung der Erscheinungen, welche ein homogener Lichtpunkt zeigt, wenn man denselben durch eine beliebige Gruppe von gradlinigen Oeffnungen betrachtet.

§. 173. Eine jede Gruppe von gradlinigen Oeffnungen kann in Dreiecke zerlegt werden. Für ein jedes Dreieck von beliebiger Gestalt, Grösse und Lage können wir, nach §. 103., die Resultante oder die beiden rechtwinkligen Componenten des gebeugten Lichtes bestimmen; auch können wir, nach §. 47., eine beliebige Anzahl von Resultanten oder von rechtwinkligen Componenten in eine einzige Resultante vereinigen; wir sind daher im Stande, die vorliegende Aufgabe im allgemeinsten Sinne aufzulösen. Da indess die analytischen Ausdrücke bei einer ganz unregelmässigen Gestalt und Anordnung nicht anders, als verwickelt ausfallen können, so begnüge ich mich, hier blos einige besonders interessante Erscheinungen, welche durch Oeffnungen von nicht ganz unregelmässiger Anordnung hervorgebracht werden, zu untersuchen.

I. Bestimmung der Erscheinung, welche ein homogener Lichtpunkt zeigt, wenn man denselben durch Herschel's Dreieckgitter betrachtet.

§. 174. Bezeichnen wir mit

$$(A)\sin(\alpha-i)$$

die Resultante des gebeugten Lichtes einer beliebigen Oeffnung A *Taf. IX. Fig. 101.*, so sind die Resultanten der gleichen und ähnlich liegenden Oeffnungen A', A'' und $A_{,}$ nach der Ordnung

$$(A)\sin(\alpha-i-\varepsilon_{,}),\quad (A)\sin(\alpha-i-2\varepsilon_{,}),\quad (A)\sin(\alpha-i+\varepsilon_{,});$$

wenn nämlich alle 4 Oeffnungen in gerader Linie und in gleichen Entfernungen von einander liegen. Man sehe §. 125. Eben so sind die Resultanten der Oeffnungen B', B'' und $B_{,}$

$$(A)\sin(\alpha-i-\varepsilon_{,,}),\quad (A)\sin(\alpha-i-2\varepsilon_{,,}),\quad (A)\sin(\alpha-i+\varepsilon_{,,})$$

und die der Oeffnungen C', C'' und $C_{,}$ sind

$$(A)\sin(\alpha-i-\varepsilon_{,,,}),\quad (A)\sin(\alpha-i-2\varepsilon_{,,,}),\quad (A)\sin(\alpha-i+\varepsilon_{,,,}).$$

Setzen wir diese 10 Resultanten nach §. 48. (16.) in eine einzige zusammen, so erhalten wir für die Intensität des gebeugten Lichtes aller 10 Oeffnungen

$$115)\quad \left\{\begin{aligned} (A)^2_{10} = (A)^2\big[&(\cos 0+\cos\varepsilon_{,}+\cos 2\varepsilon_{,}+\cos\varepsilon_{,}+\cos\varepsilon_{,,}+\cos 2\varepsilon_{,,}+\cos\varepsilon_{,,}+\cos\varepsilon_{,,,}\\ &\qquad +\cos 2\varepsilon_{,,,}+\cos\varepsilon_{,,,})^2\\ &+(\sin 0+\sin\varepsilon_{,}+\sin 2\varepsilon_{,}-\sin\varepsilon_{,}+\sin\varepsilon_{,,}+\sin 2\varepsilon_{,,}-\sin\varepsilon_{,,}+\sin\varepsilon_{,,,}\\ &\qquad +\sin 2\varepsilon_{,,,}-\sin\varepsilon_{,,,})^2\big]\\ = (A)^2\big[&(1+2\cos\varepsilon_{,}+\cos 2\varepsilon_{,}+2\cos\varepsilon_{,,}+\cos 2\varepsilon_{,,}+2\cos\varepsilon_{,,,}+\cos 2\varepsilon_{,,,})^2\\ &+(\sin 2\varepsilon_{,}+\sin 2\varepsilon_{,,}+\sin 2\varepsilon_{,,,})^2\big]\\ = (A)^2_{.}\, M^2. \end{aligned}\right.$$

Befindet sich, wie in der gegenwärtigen Figur, A im Schwerpunkte des Dreiecks $A'B'C'$, so ist

$$(p_1^{(2)}-p_1^{(1)})+(p_2^{(2)}-p_2^{(1)})+(p_3^{(2)}-p_3^{(1)})=0,$$

und $$(q_1^{(2)}-q_1^{(1)})+(q_2^{(2)}-q_2^{(1)})+(q_3^{(2)}-q_3^{(1)})=0,$$

also

$$[(q_1^{(2)}-q_1^{(1)})-(p_1^{(2)}-p_1^{(1)})]+[(q_2^{(2)}-q_2^{(1)})-(p_2^{(2)}-p_2^{(1)})]+[(q_3^{(2)}-q_3^{(1)})-(p_3^{(2)}-p_3^{(1)})]=0:$$

116) das ist $\varepsilon_{,}+\varepsilon_{,,}+\varepsilon_{,,,}=0.$

Ehe wir in das Detail der Erscheinungen näher eingehen, bemerken wir zuerst, dass bei 10 gleichen Oeffnungen der Faktor M^2 nicht grösser werden kann, als 10^2 und dass diese Maxima eintreten, wenn zugleich

$$\tfrac{1}{2}\varepsilon_{,}=\pm m\pi \text{ und } \tfrac{1}{2}\varepsilon_{,,}=\pm n\pi, \text{ oder wenn } EE_{,}=\pm\frac{m\lambda}{e'} \text{ und } FF_{,}=\pm\frac{n\lambda}{e''}.$$

Man sehe §. 134. (102.)

Um alle diese Punkte zu construiren, ziehe man durch die Mitte des Bildes A (*Taf. IX. Fig. 102.*) die Linien $AE_{,}$, $AE_{,,}$, $AE_{,,,}$, parallel mit $AA_{,}$, $AB_{,}$, $AC_{,}$, trage Einheiten darauf, welche den Grössen $\frac{\lambda}{e'}$, $\frac{\lambda}{e''}$, $\frac{\lambda}{e'''}$ proportional sind, und errichte in den Theilungspunkten, die wir mit 1, 2, etc. bezeichnen, senkrechte Linien. Die Durchschnittspunkte dieser Senkrechten sind die Oerter der Maxima des Faktors M^2. Ich habe dieselben in der Figur mit ganz kleinen Kreislinien bezeichnet. Zweitens bemerken wir, dass um einen jeden solchen Ort rund herum die Werthe von M^2 ganz die nämlichen sind, wie um den Mittelpunkt A, weil für ähnlich liegende Punkte, z. B. für die Punkte m, die Werthe von $\varepsilon_{,}$ $\varepsilon_{,,}$ $\varepsilon_{,,,}$ um einen oder mehrere ganze Kreisumfänge ab- oder zunehmen, und ihre trigonometrischen Linien desswegen ungeändert bleiben. Wäre daher die Grundlage der Erscheinung, welche durch den ersten Faktor $(A)^2$ erzeugt wird, und welche von der Grösse und Gestalt der Oeffnung abhängt, nicht an verschiedenen Stellen verschieden, so könnte man einen jeden Ort eines Maximums von M^2 als die Mitte des Bildes ansehen. Dieser Umstand tritt für die der Mitte nahen Oerter scheinbar ein, wenn die Oeffnungen in Vergleich mit ihrer gegenseitigen Entfernung sehr klein sind.

Drittens bemerken wir, dass M^2 sich nicht ändert, wenn sich in den Gleichungen (115. und 116) die Zeichen von $\varepsilon_{,}$ und $\varepsilon_{,,}$ zugleich ändern. Die Werthe von M^2 sind daher auf den entgegengesetzten Seiten eines Maximums einander vollkommen gleich.

Viertens kann man, ohne M^2 zu ändern, $\varepsilon_{,}$, $\varepsilon_{,,}$ und $\varepsilon_{,,,}$ mit einander verwechseln.

Aus diesen Bemerkungen zusammen ergibt sich, dass man nur einen äusserst kleinen Sektor des Faktors M^2 construiren oder berechnen darf, um diesen Faktor ganz vollständig kennen zu lernen, und dass die durch die angenommene Anordnung der Oeffnungen hervorgebrachte Modification der ursprünglichen Figur durch das ganze Bild hindurch sehr regelmässig seyn muss.

Wir wollen nun die besonderen Werthe von M^2 näher untersuchen.

1) Steht die Beugungsebene auf AC'' senkrecht, so ist $\varepsilon_{,,,}=0$, also $\varepsilon_{,}+\varepsilon_{,,}=0$, folglich $\varepsilon_{,,}=-\varepsilon_{,}$ und

117) $$(A)^2_{,0}=(A)^2.\left[(4+4\cos\varepsilon_{,}+2\cos 2\varepsilon_{,})^2\right].$$

Eine vollständige Periode des Faktors M^2 von dem Punkte A bis zu dem Punkte a im Grundrisse, wird in diesem Falle dargestellt durch die Curve *Fig. 56.a. Taf.V.*

2) Steht die Beugungsebene auf $B'C'$ senkrecht, so wird $\varepsilon_{,,,} = \varepsilon_{,,} = -\varepsilon_{,}$ und

$$118)\qquad (A)^2_{,,0} = (A)^2 . \left[(1 + 4\cos\varepsilon_{,} + \cos 2\varepsilon_{,} + 4\cos\tfrac{1}{2}\varepsilon_{,})^2 + (\sin 2\varepsilon_{,} - 2\sin\varepsilon_{,})^2 \right].$$

Eine vollständige Periode des Faktors M^2, welche von A bis b reicht, wird in diesem Falle vorgestellt durch die Curve *Fig.56.b.* Die numerischen Werthe sind für beide Fälle in dem Täfelchen VII. berechnet.

Die Ordinaten der Endpunkte und der Mitte sind in beiden Curven einander gleich, weil sie denselben Punkten des Grundrisses entsprechen. Diese zwei Durchschnitte reichen schon hin, um eine deutliche Vorstellung von der ganzen Erscheinung zu erhalten.

§. 175. Ist das Gitter vollkommen regelmässig, und sind die Oeffnungen regelmässige Dreiecke, wie in *Fig. 56.c.*, so entsteht die sehr schöne *Fig. 56.* Die Intensitäten von A bis a und von A bis b sind, wie schon gesagt wurde, durch die Ordinaten der Curven *Fig. 56.a.* und *Fig. 56.b.* dargestellt. (Abgesehen nämlich von der Abnahme der Intensität in der durch eine einzige Oeffnung hervorgebrachten Grundlage des ganzen Bildes.)

§. 176. Für Herschel's Dreieckgitter (*Fig. 103. Taf.IX.**), welches aus 19 auf ähnliche Weise angeordneten Dreiecken besteht, findet man

$$119)\quad (A)^2_{,,9} = (A)^2 . \Big[(1 + 2\cos\varepsilon_{,} + \cos 2\varepsilon_{,} + \cos 3\varepsilon_{,} + 2\cos\varepsilon_{,,} + \cos 2\varepsilon_{,,} + \cos 3\varepsilon_{,,} + 2\cos\varepsilon_{,,,}$$
$$+ \cos 2\varepsilon_{,,,} + \cos 3\varepsilon_{,,,} + 2\cos\varepsilon_4 + 2\cos\varepsilon_5 + 2\cos\varepsilon_6)^2$$
$$+ (\sin 2\varepsilon_{,} + \sin 3\varepsilon_{,} + \sin 2\varepsilon_{,,} + \sin 3\varepsilon_{,,} + \sin 2\varepsilon_{,,,} + \sin 3\varepsilon_{,,,})^2 \Big],$$

worin sich $\varepsilon_4, \varepsilon_5, \varepsilon_6$ auf die Oeffnungen 4, 5 und 6 beziehen.

1) In der Richtung *Aa Taf.V. Fig.56.* wird

$$\varepsilon_{,,,} = 0, \quad \varepsilon_{,,} = -\varepsilon_{,}, \quad \varepsilon_4 = \varepsilon_5 = -\varepsilon_{,} \quad \text{und} \quad \varepsilon_6 = 2\varepsilon_{,},$$

also

---

*) Poggendorff's Annalen, Band XXIII. pag. 288. und *Taf. III. Fig. 15* und *16*.

Aa.) $(A)^2_{,9} = (A)^2 [5 + 8 \cos \varepsilon_, + 4 \cos 2 \varepsilon_, + 2 \cos 3 \varepsilon_,]^2$.

2) In der Richtung *Ab* auf derselben Figur wird

$$\varepsilon_{,,} = \varepsilon_{,,,} = -\tfrac{1}{2}\varepsilon_,, \quad \varepsilon_4 = 0, \quad \varepsilon_5 = -{}^3/_2\,\varepsilon_, \quad \text{und} \quad \varepsilon_6 = {}^3/_2\,\varepsilon_,,$$

also

Ab.) $(A)^2_{,9} = (A)^2 . [(3 + 4 \cos \tfrac{1}{2} \varepsilon_, + 4 \cos \varepsilon_, + 6 \cos {}^3/_2 \varepsilon_, + \cos 2 \varepsilon_, + \cos 3 \varepsilon_,)^2$
$+ (2 \sin \varepsilon_, + 2 \sin {}^3/_2 \varepsilon_, - \sin 2 \varepsilon_, - \sin 3 \varepsilon_,)^2]$,

wornach man die Intensitäten berechnen und construiren kann. Die Erscheinung ist übrigens der vorhergehenden sehr ähnlich.

§. 177. Bedeckt man die Oeffnungen A'', B'' und C'' in *Fig. 101. Taf. IX.*, so wird für die 7 übrig bleibenden, welche eine sehr schöne Erscheinung hervorbringen,

120) $(A)^2_{,} = (A)^2 . [1 + 2 \cos \varepsilon_, + 2 \cos \varepsilon_{,,} + 2 \cos \varepsilon_{,,,}]^2$.

1) In der Richtung *Aa* wird $\varepsilon_{,,,} = 0$, $\varepsilon_{,,} = -\varepsilon_,$, also

Aa.) $(A)^2_{,} = (A)^2 . [3 + 4 \cos \varepsilon_,]^2$.

Die Nullpunkte entsprechen der Bedingung

$$3 + 4 \cos \varepsilon_, = 0 \quad \text{oder} \quad \varepsilon_, = 2\,m\pi \pm 138^0 . 35' . 25''.$$

2) In der Richtung *Ab* wird $\varepsilon_{,,} = \varepsilon_{,,,} = -\tfrac{1}{2}\varepsilon_,$, also

Ab.) $(A)^2_{,} = (A)^2 . [1 + 2 \cos \varepsilon_, + 4 \cos \tfrac{1}{2} \varepsilon_,]^2$.

Man sehe *Taf. V. Fig. 57.* und Tabelle *VIII.*

§. 178. Wenn man alle Oeffnungen bis auf $A_,$, A', B' und C' bedeckt, so wird

121) $(A)^2_4 = (A)^2 . [(1 + \cos \varepsilon_, + \cos \varepsilon_{,,} + \cos \varepsilon_{,,,})^2 + (\sin \varepsilon_, + \sin \varepsilon_{,,} + \sin \varepsilon_{,,,})^2]$.

In der Richtung *Aa* wird $(A)^2{}_4 = (A)^2 \left[2 + 2\cos\varepsilon_{,}\right]^2 = 16\,(A)^2 . \cos^4 \tfrac{1}{2}\varepsilon_{,}$;

In der Richtung *Ab* wird $(A)^2{}_4 = (A)^2 \left[(1 + \cos\varepsilon_{,} + 2\cos\tfrac{1}{2}\varepsilon_{,})^2 + (\sin\varepsilon_{,} - 2\sin\tfrac{1}{2}\varepsilon_{,})^2\right]$

$$= 16\,(A)^2 \left[\cos^2\tfrac{1}{2}\varepsilon_{,}\,\cos^4 \tfrac{1}{4}\varepsilon_{,} + \sin^2\tfrac{1}{2}\varepsilon_{,}\,\sin^4\tfrac{1}{4}\varepsilon_{,}\right].$$

Man sehe *Taf. V. Fig. 58.* und Tabelle IX.

§. 179. Bedeckt man auch noch die Oeffnung A so wird für A', B' und C'

122) $(A)^2{}_3 = (A)^2 . \left[(\cos\varepsilon_{,} + \cos\varepsilon_{,,} + \cos\varepsilon_{,,,})^2 + (\sin\varepsilon_{,} + \sin\varepsilon_{,,} + \sin\varepsilon_{,,,})^2\right]$;

folglich in der Richtung *Aa*, $(A)^2{}_3 = (A)^2 . \left[1 + 2\cos\varepsilon_{,}\right]^2 = (A)^2 . \left(\frac{[\sin \tfrac{3}{2}\varepsilon_{,}]}{[\sin\tfrac{1}{2}\varepsilon_{,}]}\right)^2$

und in der Richtung *Ab*, $(A)^2{}_3 = (A)^2 . \left[(\cos\varepsilon_{,} + 2\cos\tfrac{1}{2}\varepsilon_{,})^2 + (\sin\varepsilon_{,} - 2\sin\tfrac{1}{2}\varepsilon_{,})^2\right]$

$$= (A)^2 . \left[5 + 4\cos\tfrac{3}{2}\varepsilon_{,}\right].$$

Man sehe *Taf. V. Fig. 59.* und Tabelle X.

II. Bestimmung der Erscheinungen, welche ein homogener Lichtpunkt zeigt, wenn man denselben durch zwei gleiche Dreiecke von entgegengesetzter Lage betrachtet.

§. 180. Bezeichnen wir in den beiden Dreiecken $A'\,B'\,C'$, $A''\,B''\,C''$ *Taf. XI. Fig. 108.* die Verbindungslinie der beiden entsprechenden Ecken $C'\,C''$ mit d und die Winkel, welche dieselbe mit den Durchschnittslinien $NN'\,NN''$ in den Normalebenen der direkten und gebeugten Strahlen bildet mit δ, δ'', so sind, nach (61.), die Vibrationsintensitäten der rechtwinkligen Componenten für das erste Dreieck

$$\int(a)' = \frac{A}{\tfrac{1}{2}(q-p)_{1-1}}\left[+\frac{\sin\tfrac{1}{2}(q-p)_{2-2}}{\tfrac{1}{2}(q-p)_{2-2}}\sin\tfrac{1}{2}(q-p)_{2+2} - \frac{\sin\tfrac{1}{2}(q-p)_{3-1}}{\tfrac{1}{2}(q-p)_{1-1}}\sin\tfrac{1}{2}(q-p)_{1+1}\right],$$

$$\int(b)' = \frac{A}{\tfrac{1}{2}(q-p)_{1-1}}\left[-\frac{\sin\tfrac{1}{2}(q-p)_{3-3}}{\tfrac{1}{2}(q-p)_{3-3}}\cos\tfrac{1}{2}(q-p)_{3+3} + \frac{\sin\tfrac{1}{2}(q-p)_{2-1}}{\tfrac{1}{2}(q-q)_{2-1}}\cos\tfrac{1}{2}(q-p)_{2+1}\right].$$

Versetzen wir den optischen Mittelpunkt N des Schirms in den Schwerpunkt O der Figur, so wird für den Punkt C'

$$123)\quad -(q-p) = \pi d(\sin\delta''\sin\psi - \sin\delta\sin\chi)\lambda^{-1} = \tfrac{1}{2}d_{,},$$

und ausserdem werden die Entfernungen der Eckpunkte des zweiten Dreiecks von den Normalebenen denen des ersten gleich, erhalten aber das entgegengesetzte Zeichen; die Vibrationsintensitäten der rechtwinkligen Componenten des zweiten Dreiecks sind daher

$$\int(a)'' = \frac{A\cos\chi}{-\frac{1}{2}(q-p)_{3-1}}\left[-\frac{\sin\frac{1}{2}(q-p)_{3-2}}{\frac{1}{2}(q-p)_{3-2}}\sin\tfrac{1}{2}(q-p)_{3+2} + \frac{\sin\frac{1}{2}(q-p)_{2-1}}{\frac{1}{2}(q-p)_{2-1}}\sin\tfrac{1}{2}(q-p)_{2+1}\right],$$

$$\int(b)'' = -\frac{A\cos\chi}{-\frac{1}{2}(q-p)_{3-1}}\left[-\frac{\sin\frac{1}{2}(q-p)_{3-2}}{\frac{1}{2}(q-p)_{3-2}}\cos\tfrac{1}{2}(q-p)_{3+2} + \frac{\sin\frac{1}{2}(q-p)_{2-1}}{\frac{1}{2}(q-p)_{2-1}}\cos\tfrac{1}{2}(q-p)_{2+1}\right].$$

Es ist also für beide Dreiecke zusammen

$$\int(a)' + \int(a)'' = \frac{2A\cos\chi}{\frac{1}{2}(q-p)_{3-1}}\left[\frac{\sin\frac{1}{2}(q-p)_{3-2}}{\frac{1}{2}(q-p)_{3-2}}\sin\tfrac{1}{2}(q-p)_{3+2} - \frac{\sin\frac{1}{2}(q-p)_{2-1}}{\frac{1}{2}(q-p)_{2-1}}\sin\tfrac{1}{2}(q-p)_{2+1}\right],$$

$$\int(b)' + \int(b)'' = 0;$$

folglich ist die Intensität des gebeugten Lichtes beider Dreiecke:

$$(A)^2_{1+2} = (\int(a)' + \int(a)'')^2 + (\int(b)' + \int(b)'')^2, \quad \text{oder}$$

$$124)\quad (A)^2_{1+2} = \frac{4(A\cos\chi)^2}{(\frac{1}{2}(q-p)_{3-1})^2}\left(\frac{\sin\frac{1}{2}(q-p)_{3-2}}{\frac{1}{2}(q-p)_{3-2}}\sin\tfrac{1}{2}(q-p)_{3+2} - \frac{\sin\frac{1}{2}(q-p)_{2-1}}{\frac{1}{2}(q-p)_{2-1}}\sin\tfrac{1}{2}(q-p)_{2+1}\right)^2.$$

In diesen Ausdrücken ist nach (65.)

$$125)\quad \begin{cases} \frac{1}{2}(q-p)_{2-1} = \pi a(\sin\varrho''\sin\psi - \sin\varrho\sin\chi)\lambda^{-1} = \frac{1}{2}a, \\ -\frac{1}{2}(q-p)_{3-1} = \pi b(\sin\varphi''\sin\psi - \sin\varphi\sin\chi)\lambda^{-1} = \frac{1}{2}b, \\ -\frac{1}{2}(q-p)_{3-2} = \pi c(\sin\xi''\sin\psi - \sin\xi\sin\chi)\lambda^{-1} = \frac{1}{2}c_{,}. \end{cases}$$

Der Werth von $(q-p)_1$ ist aus (123.) bekannt; die Werthe von $\frac{1}{2}(q-p)_{3+2}$ und $\frac{1}{2}(q-p)_{2+1}$ können daher auf folgende Weise zusammengesetzt werden:

$$\tfrac{1}{2}(q-p)_{3+2} = (q-p)_1 - \tfrac{1}{2}(q-p)_{2-1}, \quad \tfrac{1}{2}(q-p)_{2+1} = (q-p)_1 - \tfrac{1}{2}(q-p)_{3-2}.$$

Nehmen wir zur Vereinfachung der Untersuchung die direkten Strahlen senkrecht auf der Schirmfläche an, so wird $\chi = 0$ und

126) $\frac{1}{2}(q-p)_{1,-1} = \pi a \sin\varrho'' \sin\psi\,\lambda^{-1} = \frac{1}{2}a_{,,}$, $-\frac{1}{2}(q-p)_{1,-1} = \pi b \sin\varphi'' \sin\psi\,\lambda^{-1} = \frac{1}{2}b_{,}$,

$-\frac{1}{2}(q-p)_{1,-1} = \pi c \sin\xi'' \sin\psi\,\lambda^{-1} = \frac{1}{2}c_{,,}$, $-(q-p)_{1} = \pi d \sin\delta'' \sin\psi\,\lambda^{-1} = \frac{1}{2}d_{,}$,

und die Intensität des gebeugten Lichts der beiden Dreiecke (124.) wird

127) $$(A)^2_{,+,} = \frac{4A^2}{(\frac{1}{2}a_{,})^2}\left(\frac{\sin\frac{1}{2}b_{,}}{\frac{1}{2}b_{,}}\sin(\tfrac{1}{2}d_{,}-\tfrac{1}{2}b_{,}) - \frac{\sin\frac{1}{2}c_{,}}{\frac{1}{2}c_{,}}\sin(\tfrac{1}{2}d_{,}-\tfrac{1}{2}c_{,})\right)^2,$$

a) Sehen wir den Punkt *O* als die Mitte des Bildes an, so ist für alle Punkte auf der Hauptlinie *XX*, welche auf der Dreiecksseite $A'B' = a$ senkrecht steht,

$\varrho'' = 0$, $a\sin\varrho'' = 0$, $\frac{1}{2}a_{,} = 0$; also $\frac{1}{2}c_{,} = \frac{1}{2}b_{,} = \pi h' \sin\psi\,\lambda^{-1} = \frac{1}{2}h_{,}$

weil nach (65.) allgemein $\frac{1}{2}c_{,} = \frac{1}{2}b_{,} + \frac{1}{2}a_{,}$, folglich

128) *XX.*) $$(A)^2_{,+,} = \frac{4A^2}{(\frac{1}{2}h_{,})^2}\left(\sin(\tfrac{1}{2}d_{,}-h_{,}) - \frac{\sin\frac{1}{2}h_{,}}{\frac{1}{2}h_{,}}\sin(\tfrac{1}{2}d_{,}-\tfrac{1}{2}h_{,})\right)^2,$$

und in einiger Entfernung von der Mitte des Bildes sehr nahe

$$(A)^2_{,+,} = \frac{4A^2}{(\frac{1}{2}h_{,})^2}\sin^2(\tfrac{1}{2}d_{,}-h_{,}).$$

b) Auf der Hauptlinie *YY*, welche auf der Dreiecksseite $A'C' = b$ senkrecht steht, ist

$\varphi'' = 0$, $b\sin\varphi'' = 0$, $\frac{1}{2}b_{,} = 0$, $\frac{1}{2}c_{,} = \frac{1}{2}a_{,} = \pi h'' \sin\psi\,\lambda^{-1} = \frac{1}{2}h_{,,}$; folglich

129) *YY*) $$(A)^2_{,+,} = \frac{4A^2}{(\frac{1}{2}h_{,,})^2}\left(\sin\tfrac{1}{2}d_{,} - \frac{\sin\frac{1}{2}h_{,,}}{\frac{1}{2}h_{,,}}\sin(\tfrac{1}{2}d_{,}-\tfrac{1}{2}h_{,,})\right)^2,$$

und in einiger Entfernung von der Mitte des Bildes sehr nahe

$$(A)^2_{,+,} = \frac{4A^2}{(\frac{1}{2}h_{,,})^2}\sin^2\tfrac{1}{2}d_{,}.$$

c) Eben so ist auf der Hauptlinie *ZZ*, welche auf $B'C' = c$ senkrecht steht,

$\xi'' = 0$, $c \sin \xi'' = 0$, $\frac{1}{2} c_{,} = 0$, $-\frac{1}{2} b_{,} = +\frac{1}{2} a_{,} = \pi h''' \sin \psi \lambda^{-1} = \frac{1}{2} h_{,,,}$; folglich

130) $ZZ.$) $$(A)^2_{\cdot+\cdot} = \frac{4A^2}{(\frac{1}{2} h_{,,,})^2} \left(\sin \tfrac{1}{2} d_{,} - \frac{\sin \frac{1}{2} h_{,,,}}{\frac{1}{2} h_{,,,}} \sin (\tfrac{1}{2} d_{,} + \tfrac{1}{2} h_{,,,})\right)^2.$$

d) Wenn $\frac{1}{2} d_{,} - \frac{1}{2} b_{,} = 0$, so wird $\frac{1}{2} d_{,} - \frac{1}{2} c_{,} = \frac{1}{2} b_{,} - \frac{1}{2} c_{,} = -\frac{1}{2} a_{,}$; also

131) $RR.$) $$(A)^2_{\cdot+\cdot} = 4A^2 \left(\frac{\sin \frac{1}{2} a_{,}}{\frac{1}{2} a_{,}}\right)^2 \left(\frac{\sin \frac{1}{2} c_{,}}{\frac{1}{2} c_{,}}\right)^2.$$

Die Gleichung wird in diesem Falle die eines Parallelogramms und entspricht einer Linie, welche auf $C'A''$ senkrecht steht.

e) Wenn $\frac{1}{2} d_{,} - \frac{1}{2} c_{,} = 0$, so wird $\frac{1}{2} d_{,} - \frac{1}{2} b_{,} = \frac{1}{2} c_{,} - \frac{1}{2} b_{,} + \frac{1}{2} a_{,}$ und

132) $SS.$) $$(A)^2_{\cdot+\cdot} = 4A^2 \left(\frac{\sin \frac{1}{2} a_{,}}{\frac{1}{2} a_{,}}\right)^2 \left(\frac{\sin \frac{1}{2} b_{,}}{\frac{1}{2} b_{,}}\right)^2.$$

Die Intensität wird in diesem Falle wieder die eines Parallelogramms und entspricht einer Linie, welche auf $C'B''$ senkrecht steht.

f) Wenn $\frac{1}{2} d_{,} = \frac{1}{2} c_{,} + \frac{1}{2} b_{,}$, so wird $\frac{1}{2} d_{,} - \frac{1}{2} b_{,} = \frac{1}{2} c_{,}$, $\frac{1}{2} d_{,} - \frac{1}{2} c_{,} = \frac{1}{2} b_{,}$ und

133) $TT.$) $$(A)^2_{\cdot+\cdot} = 4A^2 \left(\frac{\sin \frac{1}{2} b_{,}}{\frac{1}{2} b_{,}}\right)^2 \left(\frac{\sin \frac{1}{2} c_{,}}{\frac{1}{2} c_{,}}\right)^2.$$

Die Intensität wird hier wieder die eines Parallelogramms, und gehört einer Linie an, welche auf $A'B''$ senkrecht steht.

In den drei letzten Fällen kann man wirklich die beiden Dreiecke immer zu einem Parallelogramm vereinigen, ohne in dem Verhältnisse des Ganges der Strahlen etwas zu ändern, wie in den *Figuren 112. a., b., c.* Ueberhaupt kann man bei senkrecht einfallendem Lichte irgend ein Element oder einen beliebigen Theil einer Oeffnung längs einer auf der Beugungsebene senkrecht stehenden Linie verschieben, ohne dass durch diese Verschiebung die Resultante des gebeugten Lichtes geändert würde. Dieser Lehrsatz ist von Wichtigkeit; er hat mir die Auffindung von sehr vielen Wahrheiten ganz besonders erleichtert.

§. 181. Haben die beiden Dreiecke die Gestalt und Lage wie in *Fig. 109.a. Taf. XI.*, so nimmt die Erscheinung die beigefügte äusserst interessante Gestalt an. Die beiden Dreiecke können hier als Reste eines Quadrats angesehen werden, dessen Oeffnung durch einen diagonalen Streifen zum Theil bedeckt ist. Soll die Erscheinung der gezeich-

neten vollkommen gleich werden, so muss $C'A' = C'B' = {}^3/_4\, C'E' = {}^3/_4\, C'F'$, oder die Breite des Streifens muss ein Viertel von der Länge der Diagonale seyn. Es ist alsdann auf der Hauptlinie XX

$$\tfrac{1}{2}h' = \tfrac{1}{2}C'D', \qquad \tfrac{1}{2}d\sin\delta = \tfrac{1}{2}d = \tfrac{1}{2}C'C'' = {}^4/_3 h',$$

$$\tfrac{1}{2}h_, = \pi h' \sin\psi\,\lambda^{-1} = \tfrac{1}{2}(C'D')_, , \qquad \tfrac{1}{2}d_, - h_, = {}^1/_3 h_, = \tfrac{1}{2}(D'D'')_, ,$$

$$\tfrac{1}{2}d_, - \tfrac{1}{2}h_, = {}^5/_6 h_, = \tfrac{1}{2}(C'D'')_, ; \quad \text{also}$$

134) $$(A)^2_{,+,} = \frac{4A^2}{(\frac{1}{2}h_,)^2}\left(\sin {}^1/_3 h_, - \frac{\sin\frac{1}{2}h_,}{\frac{1}{2}h_,}\sin {}^5/_6 h_,\right)^2.$$

Auf YY und ZZ ist

$$\tfrac{1}{2}h'' = \tfrac{1}{2}C'A' = \tfrac{1}{2}C'B', \quad \tfrac{1}{2}d\sin\delta'' = \tfrac{1}{2}C'E' = {}^2/_3 h'', \quad \tfrac{1}{2}h_{,,} = \pi h'' \sin\psi\,\lambda^{-1},$$

$$\tfrac{1}{2}d_, = {}^2/_3 h_{,,} = \tfrac{1}{2}(C'E')_, , \ \tfrac{1}{2}d_, - \tfrac{1}{2}h_{,,} = {}^1/_6 h_{,,} = \tfrac{1}{2}(A'E')_, ; \quad \text{also}$$

135) $$(A)^2_{,+,} = \frac{4A^2}{(\frac{1}{2}h_{,,})^2}\left(\sin {}^2/_3 h_{,,} - \frac{\sin\frac{1}{2}h_{,,}}{\frac{1}{2}h_{,,}}\sin {}^1/_6 h_{,,}\right)^2.$$

Auf RR und SS wird

136) $$\tfrac{1}{2}a\sin\varrho'' = \tfrac{1}{2}A'''B''' = \tfrac{1}{2}A'''C' + \tfrac{1}{2}C'B''' = \tfrac{1}{2}b\sqrt{\frac{16}{17}} + \tfrac{1}{2}b\sqrt{\frac{1}{17}} = \frac{5b}{2\sqrt{17}},$$

$$\tfrac{1}{2}a_, = \pi a \sin\varrho'' \sin\psi\,\lambda^{-1},$$

$$\tfrac{1}{2}c\sin\xi'' = B'''C' = \tfrac{1}{2}b\sqrt{\frac{1}{17}} = \frac{b}{2\sqrt{17}},$$

$$\tfrac{1}{2}c_, = \pi c \sin\xi'' \sin\psi\,\lambda^{-1};$$

auf TT endlich ist

$$\tfrac{1}{2}b\sin\varphi'' = \tfrac{1}{2}c\sin\xi'' = \tfrac{1}{2}A'D' = {}^1/_4 A'B''$$

also $\tfrac{1}{2}b_, = \tfrac{1}{2}c_, = {}^1/_4 a_, \quad = \tfrac{1}{2}\pi a \sin\psi\,\lambda^{-1}$ und

$$(A)^2_{,+,} = 4A^2\left(\frac{\sin {}^1/_4 a_,}{{}^1/_4 a_,}\right)^2.$$

Die Intensität des Lichts ist demnach auf dieser letzten Linie die nämliche, wie in der Richtung der Diagonale eines Quadrats, welches $A'C'$ zur Seite hat, oder welches aus den beiden zusammengefügten Dreiecken besteht.

In der Tabelle XI. findet man die Intensitäten der merkwürdigsten Punkte der Erscheinung unter der Voraussetzung berechnet, dass $4A^2$ oder die Intensität des ungebeugten Lichts in der Mitte des Bildes $=1$ sey. Die *Fig. 109.* zeigt den Grundriss, und die *Figuren 110* u. *111.* zeigen die ebengenannten Intensitäten graphisch dargestellt, so wie die Theorie sie fordert.

Um den Grundriss des Bildes zu entwerfen, ziehe man durch einen beliebigen Punkt o, den man als die Mitte desselben ansieht, die Hauptlinien oder Strahlen des Sterns XX, YY, ZZ, senkrecht auf $A'B'$, $A'C'$, $B'C'$. Auf diese Hauptlinien trage man Einheiten, welche die Grössen $\frac{\lambda}{h'}$, $\frac{\lambda}{h''}$, $\frac{\lambda}{h'''}$ vorstellen, und ziehe, durch die Endpunkte derselben, Linien immer parallel mit den beiden andern Hauptlinien. Diejenigen Durchschnittspunkte dieser Parallelen, welche nicht auf den Hauptlinien selbst liegen, sind alsdann die dunkeln Plätze in den Winkeln zwischen den Strahlen des vierfach verstärkten Sterns. (Man sehe *Taf. IV. Fig. 43.*)

Um alsdann die merkwürdigsten Punkte auf den Hauptlinien zu finden, trage man auf XX, YY und ZZ Einheiten, welche die Grössen $\frac{\lambda}{\frac{4}{3}h'}$, $\frac{\lambda}{\frac{4}{3}h''}$ und $\frac{\lambda}{\frac{4}{3}h'''}$ vorstellen, und bezeichne die Endpunkte mit 2, 4, 6, etc. Die obige Tabelle zeigt, dass in der Nähe derselben Minima liegen, deren Intensität ganz Null ist. Auf XX findet man ausserdem noch einen Nullpunkt nahe bei $\frac{1}{2}$, oder da, wo $\frac{1}{3}h_1 = 45°$ ist. Für die Linien RR und SS, welche auf $C'A''$ und $C'B''$ senkrecht stehen, wähle man Einheiten, welche den Quotient $\frac{\lambda}{A'''B'''}$ repräsentiren; die hier ebenfalls mit 2, 4, 6, 8, etc. bezeichneten Endpunkte entsprechen vollkommen dunkeln Stellen, welche mit den vorhergehenden Nullpunkten durch dunkle Strassen zusammenhängen. Auf der Linie TT ist keine Eintheilung nothwendig, weil die dunkeln Stellen dieser Linie mit den dunkeln Plätzen des Dreiecks zusammenfallen.

Ist die Seite des Quadrats $C'E'C''F'$ einem Centimeter gleich, so ist

$$b = c = 0{,}750,\ a = b\sqrt{2} = 1{,}060,\ h' = \tfrac{1}{2}a = 0{,}530,\ h'' = h''' = b = c = 0{,}750.$$

Ferner ist

auf XX $\quad \frac{1}{\frac{4}{1} h'} = 2{,}830$, und für rothes Licht $\psi^{(1)} = 37''36$,

auf YY u. ZZ ist $\frac{1}{\frac{4}{3} h''} = 1$ und „ „ „ $\psi_{,}^{(1)} = 13''20$,

auf RR u. SS ist $\frac{1}{A''' B'''} = 1{,}099$ und „ „ „ $\psi^{(1)} = 14''51$.

Auf XX fand ich durch eine Messung $\frac{1}{2}\psi^{(2)} = 39''$,

eine zweite Messung gab mir $\frac{1}{3}\psi^{(3)} = 36''$,

eine dritte $\frac{1}{6}\psi^{(6)} = 36''7$.

Auf YY gab mir eine Messung $\frac{1}{2}\psi^{(2)} = 13''7$,

eine andere gab $\frac{1}{5}\psi^{(5)} = 12''6$.

Diese Beobachtungen stimmen also, wie man sieht, ganz vortrefflich mit der Theorie.

§. 182. Stossen die beiden Dreiecke mit einem entsprechenden Eck zusammen, oder fällt z. B. C'' auf C', wie in *Fig. 112. d.*, so wird $d = 0$ und der allgemeine Ausdruck der Intensität des Lichts wird

137) $$(A)^2_{,+,} = \frac{4A^2}{\frac{1}{2}a_{,}^2}\left(-\frac{\sin^2\frac{1}{2}b_{,}}{\frac{1}{2}b_{,}} + \frac{\sin^2\frac{1}{2}c_{,}}{\frac{1}{2}c_{,}}\right)^2.$$

Durch einen solchen Schirm glaubt man die beiden Strahlen YY, ZZ der Länge nach gespalten zu sehen.

Untersuchen wir in diesem Falle die Intensität des Lichts auf YY, wo $b_{,} = 0$, $c_{,} = a_{,}$ und $\frac{\sin^2\frac{1}{2}b_{,}}{\frac{1}{2}b_{,}} = 0$, so finden wir

YY.) $$(A)^2_{,+,} = \frac{4A^2\sin^4\frac{1}{2}c_{,}}{(\frac{1}{2}c_{,})^4}.$$

Die Intensität nimmt also auf YY mit der vierten Potenz der Entfernung ab, und muss daher in einigem Abstande unmerklich seyn. Soll aber die Erscheinung vollkommen erklärt werden, so muss auf

beiden Seiten von YY die Intensität wieder zunehmen, und diess geschieht nach obigem Ausdruck wirklich, wie man aus folgendem Täfelchen sieht.

	$\frac{1}{2}b,$	$\frac{1}{2}c,$	$\frac{1}{2}a,$	$(A)^2{}_{,+,}$	$\frac{1}{2}b,$	$\frac{1}{2}c,$	$\frac{1}{2}a,$	$(A)^2{}_{,+,}$
1.	0°	90°	90°	0,16425	30°	90°	60°	0,02310
2.	0°	270°	270°	0,00203	30°	270°	240°	0,01680
3.	0°	450°	450°	0,00026	30°	450°	420°	0,00228
4.	0°	630°	630°	0,00007	30°	630°	600°	0,00136

III. Bestimmung der Erscheinung, welche ein homogener Lichtpunkt zeigt, wenn man denselben durch eine regelmässige sechseckige Oeffnung betrachtet.

§. 183. In (64.) haben wir symmetrische Ausdrücke für die Vibrationsintensitäten $\int(a)$ und $\int(b)$ der rechtwinkligen Componenten einer dreieckigen Oeffnung angegeben. Lassen wir diese Componenten für das Dreieck ABC *Fig. 71. Taf. VII.* gelten, und versetzen wir den optischen Mittelpunkt des Schirms in den Punkt A, so ist $(q-p)_{0}=0$ und für das Scheiteldreieck $AB'C'$ ist

$$(q'-p')_{0}=(q-p)_{0}=0,\ (q'-p')_{0,-1}=-(q-p)_{0,-1},\ (q'-p')_{1,-0}=-(q-p)_{1,-0}\ \text{ und }\ (q'-p')_{1,-1}=-(q-p)_{1,-1},$$

folglich

$$\int(a)+\int(a')=\frac{4A\cos\chi}{(q-p)_{0,-1}(q-p)_{1,-1}(q-p)_{1,-0}}\Big(-(q-p)_{1,-1}\cos(q-p)_{0}+(q-p)_{1,-0}\cos(q-p)_{0}-(q-p)_{0,-1}\cos(q-p)_{0,-1}\Big)$$

und

$$\int(b)+\int(b')=0.$$

Für die Dreiecke ACD und $AC'D'$ dürfen wir nur in den letzten Ausdrücken

$$(q-p)_{0,-1},\ (q-p)_{1,-1}\ \text{ und }\ (q-p)_{1,-0}$$

respektive durch $(q-p)_{1,-0}$, $(q-p)_{1,-1}$, und $-(q-p)_{0,-1}$,

und für die Dreiecke ADB' und $AD'B$

durch $(q-p)_{2-3}$, $-(q-p)_{1-2}$ und $-(q-p)_{1-3}$

ersetzen. Die Vibrationsintensität aller sechs Dreiecke zusammen wird alsdann

138)
$$(A)_6 = f(a) + f(a') + \text{ etc.}$$

$$= \frac{4A\cos\chi}{(q-p)_{1-2}\,(q-p)_{2-3}\,(q-p)_{1-3}}\Big((q-p)_{1-2}\cos(q-p)_{1-2} - (q-p)_{1-3}\cos(q-p)_{1-3} + (q-p)_{2-3}\cos(q-p)_{2-3}\Big),$$

oder abgekürzt nach (65.)

$$(A)_6 = \frac{4A\cos\chi}{a_, b_, c_,}[a_,\cos a_, + b_,\cos b_, - c_,\cos c_,]$$

In der Richtung BD oder AY wird $b_, = 0$ und $c_, = a_,$, folglich

$$AY.)\ (A)_6^{\,2} = \left(\frac{4A\cos\chi}{a_,^{\,2}}[a_,\sin a_, - \cos a_, + 1]\right)^2 = \left(\frac{4A\cos\chi\sin\frac{1}{2}a_,}{\frac{1}{2}a_,}\left[\cos\tfrac{1}{2}a_, + \frac{\frac{1}{2}\sin\frac{1}{2}a_,}{\frac{1}{2}a_,}\right]\right)^2,$$

und in grosser Entfernung

$$(A)_6^{\,2} = \left(\frac{4A\cos\chi\sin a_,}{a_,}\right)^2.$$

Bei senkrecht einfallendem Lichte ist hier $\frac{1}{2}a_, = \pi a\sin 60^\circ \sin\psi\,\lambda^{-1}$ $= 0{,}866.\pi a\sin\psi\,\lambda^{-1}$. Man sehe Tabelle XII. und *Fig. 72 a.*

In der Richtung AD wird $b_, = a_, = \frac{1}{2}c_,$; folglich

$$AD.)\ \ (A)_6^{\,2} = \left(\frac{4A\cos\chi}{a_,^{\,2}}[\cos a_, - \cos 2a_,]\right)^2 = \left(\frac{8A\cos\chi}{a_,^{\,2}}\sin\tfrac{3}{2}a_,\sin\tfrac{1}{2}a_,\right)^2$$

$$= (6A\cos\chi)^2\left(\frac{\sin\frac{3}{2}a_,}{\frac{3}{2}a_,}\cdot\frac{\sin\frac{1}{2}a_,}{\frac{1}{2}a_,}\right)^2,$$

worin bei senkrecht einfallendem Lichte

$$\tfrac{1}{2}a_, = \pi a\sin 30^\circ\sin\psi\,\lambda^{-1} = \tfrac{1}{2}\pi a\sin\psi\,\lambda^{-1}.$$

Man sehe Tabelle XII. und *Fig. 72 b.* Sehr bemerkenswerth ist bei dieser Erscheinung das fast kreisrunde Scheibchen in der Mitte der sechseckigen Ringe.

IV. Bestimmung der Erscheinung, welche ein homogener Lichtpunkt zeigt, wenn man denselben durch den Zwischenraum von zwei conzentrischen ähnlichen und ähnlich liegenden Parallelogrammen betrachtet.

§. 184. Versetzen wir den optischen Mittelpunkt des Schirms in den gemeinschaftlichen Schwerpunkt der beiden Parallelogramme, so sind, nach §.84. (50.), die Resultanten der beiden Parallelogramme

$$\iint(U_1) = (A_1)\sin\alpha = A_1\cos\chi\frac{\sin\frac{1}{2}a_{,}}{\frac{1}{2}a_{,}}\cdot\frac{\sin\frac{1}{2}b_{,}}{\frac{1}{2}b_{,}}\cdot\sin\alpha,$$

$$\iint(U_2) = (A_2)\sin\alpha = A_2\cos\chi\frac{\sin\frac{1}{2}a_{,,}}{\frac{1}{2}a_{,,}}\cdot\frac{\sin\frac{1}{2}b_{,,}}{\frac{1}{2}b_{,,}}\cdot\sin\alpha.$$

Es ist also die Resultante der Differenz beider Parallelogramme

139) $$\iint(U_2)-\iint(U_1) = [(A_2)-(A_1)]\sin\alpha = (A_{2-1})\sin\alpha$$
$$= \left(A_2\cos\chi\,\frac{\sin\frac{1}{2}a_{,,}}{\frac{1}{2}a_{,,}}\cdot\frac{\sin\frac{1}{2}b_{,,}}{\frac{1}{2}b_{,,}} - A_1\cos\chi\,\frac{\sin\frac{1}{2}a_{,}}{\frac{1}{2}a_{,}}\cdot\frac{\sin\frac{1}{2}b_{,}}{\frac{1}{2}b_{,}}\right)\sin\alpha.$$

Da die beiden Vierecke einander ähnlich sind und ähnlich liegen, und weil sich die Vibrationsintensitäten der beiden Lichtbündel wie die Oberflächen der beiden Parallelogramme verhalten, so ist

$$a_{,} : a_{,,} = b_{,} : b_{,,} \quad \text{und} \quad A_1 : A_2 = a_{,}^2 : a_{,,}^2 = b_{,}^2 : b_{,,}^2.$$

Nach (139.) ist die Vibrationsintensität des gebeugten Lichtbündels, welcher durch den Zwischenraum der Parallelogramme geht, gleich der Differenz der Vibrationsintensitäten der beiden Parallelogramme, und diese können bei senkrecht einfallendem Lichte mit Hilfe der Tabelle I. für einen beliebigen Punkt der Bildfläche sehr leicht gefunden werden.

§. 185. Verhalten sich z. B. die ähnlich liegenden Seiten a', a'', b', b'' der beiden Vierecke *(Taf. XII. Fig. 117.)*, wie 1 : 2, also

$$a_{,} : a_{,,} = b_{,} : b_{,,} = 1 : 2; \quad \text{und} \quad A_1 : A_2 = 1 : 4,$$

so werden auf den beiden Hauptlinien *XX*, *YY* des Bildes die Vibrationsintensitäten der beiden Lichtbündel vorgestellt durch die Ordinaten der Curven *A'B'* und *A''B''*, und die Vibrationsintensität (A_{2-1}) des für den

Zwischenraum übrig bleibenden Lichtbündels wird durch die Differenzen dieser Ordinaten repräsentirt. Diese Differenzen, die ich in der Figur stark ausgezogen habe, sind positiv von C bis a, negativ von a bis b, wieder positiv von b bis c, u. s. w. Die Nullpunkte $a, b, c, d \ldots$ liegen nicht in gleichen Entfernungen von einander, sondern symmetrisch geordnet in Beziehung auf diejenigen Punkte der Abscissenlinie, in welchen beide Curven sich durchschneiden. Die Rechnung gibt $Ca, ab; bc, cd, \ldots = 151^{\circ}.0', 209^{\circ}.0'; 209^{\circ}.0', 151^{\circ}.0'$; etc.

Zwischen *ab* und *bc* sind die Oscillationen stark, zwischen *cd* und *de* schwach, alsdann folgen wieder zwei starke und nachher wieder zwei schwache Spektra, u. s. w. Die breiten Spektra sollen immer stark, die schmalen schwach seyn. Sind die Vierecke Quadrate, so sieht man die auf *Taf. XV. Fig. 140.* construirte Erscheinung. Besonders merkwürdig ist darin das Verhältniss der Intensitäten der kleinen Winkelspektra. Ueber den starken Spektern der Hauptlinie sieht man nämlich die sehr schwachen in p und q und über den schwachen der Hauptlinie befinden sich die stärkeren in r und s. Vollkommen übereinstimmend mit der Beobachtung sind die Resultate der Rechnung, die ich hier beisetze.

	$\frac{1}{2} a_{,,}$	$\frac{1}{2} b_{,,}$	$\frac{1}{2} a_{,}$	$\frac{1}{2} b_{,}$	$(A)_{2} - (A)_{1}$	$(A)_{2-1}$	$(A)^{2}_{2-1}$
p	270°	270°	135°	135°	$+0{,}04503 - 0{,}02251 =$	$+0{,}02251$	0,0005067
q	450	270	225	135	$-0{,}02701 + 0{,}01350 =$	$-0{,}01350$	0,0001822
r	630	270	315	135	$+0{,}01930 + 0{,}00965 =$	$+0{,}02895$	0,0008381
s	810	270	405	135	$-0{,}01501 - 0{,}00750 =$	$-0{,}02251$	0,0005067
t	990	270	495	135	$+0{,}01228 - 0{,}00614 =$	$+0{,}00614$	0,0000377

Um eine vollkommen deutliche Vorstellung von den Vibrationsintensitäten des Lichts in allen Punkten des Bildes zu erhalten, sollte man die Flächen der Vibrationsintensitäten der beiden Lichtbündel auf eine leichte Weise darstellen können. Die vertikale Höhendifferenz oder die Zwischenräume zwischen diesen Flächen wären alsdann die aus der Differenz beider Lichtbündel resultirenden Vibrationsintensitäten und die Quadrate dieser Höhendifferenzen würden die Stärke des Lichts vorstellen.

§. 186. Verhalten sich die ähnlich liegenden Seiten der beiden Vierecke wie 3 : 4 (*Taf. XII. Fig. 116.*); also

$$a_{,} : a_{,,} = b_{,} : b_{,,} = 3 : 4, \quad \text{und} \quad (A)_{,} : (A)_{.} = 9 : 16,$$

so werden die Vibrationsintensitäten des dem Zwischenraume angehörenden Lichtbündels, auf den beiden Hauptlinien, vorgestellt durch die Differenzen der Ordinaten der beiden Curven $A'B'$ und $A''B''$. Man sieht hier wieder die Nullpunkte *a, b, c* etc. in Beziehung auf die Punkte *d, h,* etc., in welchen sich beide Curven auf der Abscissenlinie durchschneiden, symmetrisch geordnet; eine Symmetrie, die leicht bewiesen werden kann.

Die Rechnung gibt: $Ca=132^{0}.12'$, $ab=187^{0}.22'$, $bc=199^{0}.06'$; $cd=201^{0}.20'$, und von hier an wieder periodisch in umgekehrter Ordnung dieselben Bogendistanzen. Der Figur gemäss sollen sieben Seitenspektra mit abnehmender Intensität sich zeigen, ein jedes fast eben so breit, wie das mittlere, und so sieht man die Erscheinung auch wirklich.

§. 187. Sehr interessant ist die Erscheinung, welche man *Taf. XV. Fig. 141.* abgebildet sieht; sie wird erzeugt durch den dabei stehenden Schirm, der aus dem Ringe *Taf. XII. Fig. 116.* und dem Ringe *Fig. 114.* zusammengesetzt ist.

Die Vibrationsintensität des äusseren Lichtbündels ist für die Hauptlinien in *Fig. 116.* dargestellt, die des inneren in *Fig. 114.*, und in *Fig. 115.* sieht man die Summe oder die Resultante beider. Die Vibrationen in *Fig. 114.* sind dieselben wie in *Fig. 117.*, nur viermal schwächer, und doppelt so weit ausgedehnt, weil die Dimensionen der ersten Oeffnung nur halb so gross sind, als die der letzten.

Merkwürdig ist hier das Verhältniss der Spektra in Beziehung auf ihre Breite sowohl, als auf ihre Intensität. Man vergleiche die Erscheinung auf *Taf. XV. Fig. 141.*

Die Theorie stimmt auch hier wieder, nicht bloss im Allgemeinen, sondern in allen Kleinigkeiten mit der Erfahrung überein. Berechnet man z. B. die Intensitäten für die Punkte *p, q, r, s,* so findet man, dass sich dieselben verhalten, nahe, wie 0,13, 1,17, 0,02, 0,03, d. i. gerade so, wie die Erscheinung sie zeigt.

V. Bestimmung der Erscheinung, welche ein homogener Lichtpunkt zeigt, wenn man denselben durch zwei neben einander liegende ungleiche Quadrate betrachtet.

§. 188. Lässt man das Licht durch zwei viereckige Oeffnungen gehen, welche sich neben einander befinden, wie in *Fig. 116. Taf. XII.*, so zeigt sich eine Erscheinung, welche mit den bisher gesehenen, nicht die geringste Aehnlichkeit hat. Verhalten sich die Seiten der beiden Quadrate und die Entfernung ihrer Mittelpunkte, wie 1 : 2 : 3 und ist die Lage derselben wie in der Figur, so ist die Scitze der Erscheinung die in *Fig. 120. Taf. XII.* gezeichnete.

Werden die Resultanten der beiden Lichtbündel vorgestellt durch

$$\int\!\!\int (U_2) = (A_2) \sin\alpha \quad \text{und} \quad \int\!\!\int (U_1) = (A_1) \sin(\alpha - \varepsilon_1),$$

so ist nach (7.) die Vibrationsintensität ihrer Summe

140.) $$(A_{1+2}) = \sqrt{(A_2)^2 + (A_1)^2 + 2(A_2)\times(A_1)\cos\varepsilon_1}\,.$$

Construiren wir nach den früher gegebenen Vorschriften concentrische Grundrisse der Erscheinungen, welche ein jeder Lichtbündel für sich isolirt erzeugt, so ist erstlich einleuchtend, dass die Vibrationsintensität des resultirenden Bildes in allen denjenigen Punkten oder Linien Null ist, in welchen die Vibrationen in den beiden componirenden Bildern zugleich Null sind; diese Linien habe ich in der Figur dreifach ausgezogen. Auf der Hauptlinie *XX* und auf den Senkrechten, welche in 2, 4, 6 etc. errichtet sind, ist $\varepsilon_1 = 2m\pi$, also $\cos\varepsilon_1 = +1$ und $(A_{1+2}) = (A_2) + (A_1)$; d. i. die resultirende Vibrationsintensität ist gleich der Summe der componirenden. Ich habe diese Addition für *XX* und für 2 graphisch vorgenommen in *Fig. 118* und *Fig. 121.a.* Man sieht, dass hier die resultirenden Vibrationen zwischen den Nullpunkten *a* und *b*, und *b* und *c* schwach, zwischen *c* und *d*, und *d* und *e* stark seyn sollen; u. s. w. Auf den Senkrechten 1, 3, 5 ist $\varepsilon_1 = (2m+1)\pi$, also $\cos\varepsilon_1 = -1$ und $(A_{1+2}) = (A_2) - (A_1)$; d. i.: die resultirende Vibrationsintensität ist gleich der Differenz der componirenden. Die Resultate für 1 und 3 sind vorgestellt in den *Figuren 119* und *121.b.* Man sieht, dass hier die Intensität von 1 bis a' schwächer ist, als von *C* bis *a*, und dass alsdann zwei starke Spektra folgen; dass überhaupt auf den Senkrechten 1, 3, etc.,

gerade das Gegentheil von dem Statt findet, was wir auf *XX* und 2 etc. gesehen haben. Auf 3 sind die Vibrationen des Lichtbündels, welcher durch die grössere Oeffnung geht, Null; es bleiben daher auf dieser Senkrechten die Vibrationen des andern Lichtbündels allein übrig.

§. 189. Nach dem Vorhergehenden habe ich über die Erscheinungen, welche man durch einen oder mehrere concentrische kreisrunde Ringe oder durch zwei neben einander befindliche ungleiche Kreisöffnungen sieht, nur noch wenig zu sagen. Bei einem Ringe ist die resultirende Vibrationsintensität in allen Punkten gleich der Differenz der den beiden Kreisen angehörenden Vibrationsintensitäten, weil beide in jeder Richtung gleichen Gang haben. Verhalten sich die beiden Durchmesser, wie 1 : 2, so ist *Fig. 128.* auf *Taf. XIII.* der Grundriss der Erscheinung. Die Vibrationsintensitäten sind in *Fig. 125.* mit Hilfe der Tabelle III. construirt. Das centrale Scheibchen ist unmittelbar von zwei starken Ringen *ab, bc* umgeben, auf diese folgt ein sehr schwacher *cd* und alsdann drei stärkere *de, ef, fg* etc.

§. 190. Verhalten sich die Durchmesser des Rings wie 3 : 4, so zeigt sich die Erscheinung wie in *Fig. 127.* Auf das Scheibchen folgen sechs nahe gleich breite und immer schwächer werdende Lichtringe; der siebente ist der schwächste und schmälste; nach diesem kommen wieder etwas hellere etc. Man vergleiche die Vibrationsintensitäten in *Fig. 124.*

§. 191. Durch einen Schirm mit zwei concentrischen Ringen (*Fig. 123.*), deren Durchmesser sich verhalten, wie 1 : 2 : 3 : 4, sieht man das in *Fig. 126.* construirte Bild. Auf das centrale Scheibchen folgen zuerst zwei schmale Lichtringe, alsdann zwei breite, nachher wieder ein sehr schmaler, der ausserordentlich schwach ist, etc. Der dritte Ring ist hier der stärkste. Die entsprechenden Vibrationsintensitäten auf *Fig. 123.* sind durch Zusammensetzung der Figuren *122* und *124* entstanden.

Sollen die bisherigen Erscheinungen mit den Zeichnungen vollkommen übereinstimmen, so müssen die angegebenen Dimensionsverhältnisse der Ringe sehr genau eingehalten werden.

§. 192. Enthält ein Schirm zwei kreisrunde Oeffnungen von verschiedener Grösse, wovon die eine ausserhalb der andern liegt, wie in *Fig. 129.*, so erscheint ein Bild, das eben so sonderbar aussieht, als das-

jenige, welches durch zwei ungleiche viereckige Oeffnungen erzeugt wird (*Fig. 120.*). Dieses sonderbare Aussehen wird aber von der Theorie hier eben so leicht erklärt, wie dort. Der analytische Ausdruck für die Vibrationsintensität des gebeugten Lichtes ist der nämliche, wie in (*140.*) wenn man nur unter ($A_{,}$), ($A_{,}$) die Vibrationsintensitäten des gebeugten Lichts der einzelnen kreisrunden Oeffnungen versteht. (Man sehe §.118.) In *Fig. 130.* sieht man eine flüchtig entworfene Skizze der Erscheinung für den Fall, dass sich die Durchmesser beider Oeffnungen und die Entfernung ihrer Mittelpunkte, wie 1 : 2 : 3 verhalten. $A'B'$ und $A''B''$ sind die Curven der Vibrationsintensitäten der diesen Oeffnungen angehörenden Lichtbündel. Die stark ausgezogenen Ordinaten entsprechen in *Fig. 129.* der Summe und in *Fig. 125.* der Differenz der Vibrationsintensitäten. Die Nullpunkte a, a'' etc. liegen hier auf einem Kreisumfange, weil daselbst die Vibrationsintensität überall die nämliche ist.

VI. Erklärung der Erscheinung, welche man erblickt, wenn man einen Lichtpunkt durch die Fahne einer Vogelfeder betrachtet. *)

§. 193. Diese Erscheinung, wovon ich eine Skizze in *Fig. 113.* auf *Taf. XI.* entworfen habe, zeigt sich am schönsten, wenn man die Feder aus dem Flügel eines Singvogels wählt, und mit unbewaffnetem Auge einen recht glänzenden Lichtpunkt durch dieselbe betrachtet.

Untersucht man eine solche Feder unter dem Mikroscop, so findet man dieselbe doppelt gefiedert. An dem Hauptkiele *AB Fig. 113. a.* stehen nämlich in nahe gleichen Entfernungen die kleinern Kiele *ab* und an diesen die Kielchen $\alpha\beta$, $\alpha'\beta'$, welche durch feine durchsichtige Häutchen mit einander verbunden sind. Aus diesem Bau der Feder lässt sich nun die ganze Erscheinung leicht erklären. Eine jede der von den Kielchen $\alpha\beta$ begrenzten parallelogrammartigen Oeffnungen, z. B. die in *Fig. 113. b.* abgebildete vergrösserte Oeffnung $\alpha\beta$ $\alpha\beta$, erzeugt in einer Richtung *XX*, welche auf diesen Kielchen senkrecht steht, die Spektra s, s'; die Oeff-

---

*) Fraunhofer's Neue Modification des Lichts. pag. 74.

nungen zwischen den Kielchen $\alpha'\beta'$ auf der andern Seite von *ab* erzeugen auf gleiche Weise die Spektra *t, t'*. Eine dritte viel schwächere Reihe *d, d'* steht senkrecht auf den Kielchen *ab* und ist zusammengesetzt aus den schmalen Spektern, welche in beiden Parallelogrammen den kurzen Seiten $\alpha\alpha$, $\beta\beta$ angehören. Da nun ein jedes an dem Hauptkiel sitzende Federchen sehr viele solcher Oeffnungen wie $\alpha\beta\alpha\beta$, $\alpha'\beta'\alpha'\beta'$ enthält, so werden die genannten drei Reihen von Spektern auf feine glänzende Lichtlinien reduzirt, die auf der Richtung *ab* senkrecht stehen, wie man in *Fig. 113.c.* sieht. Mehrere auf einander folgende Federchen zusammen bewirken endlich die Eintheilung dieser Lichtlinien in eine Reihe von Lichtpunkten, welche sich bei gewöhnlichem Sonnen- oder Lampenlicht in farbige nach der Mitte des Bildes gerichtete Streifen ausdehnen, wie die obige Skizze zeigt. Durchkreuzen sich die kleinsten Kielchen, so entstehen die Spektra *N Fig. 113.* ausserhalb der Hauptlinien $S'S_,$ und $T'T_,$. Dass diese Erklärung die richtige sey, beweisen folgende Messungen.

Bei einer aus dem Flügel eines Holzhehers genommenen Schwungfeder fand ich

a.) die Entfernung der Kielchen $\alpha\beta$ von einander $= 0{,}01954^{mm}$,
b.) die Entfernung der Kielchen $\alpha'\beta'$ „ „ $= 0{,}02104$,
c.) den durchsichtigen Zwischenraum etwa $^2/_3$ dieser Entfernung
und *d.*) die gegenseitige Entfernung der Kielchen *ab* $= 0{,}4574^{mm}$.

Aus diesen Daten ergiebt sich für die rothe Farbe der Spektra:

CS' oder $CS_, = 1^0.52'.37''$, CT' oder $CT_, = 1^0.44'.35''$ und die scheinbare Entfernung der kleinen Lichtpunkte auf $D'D_, = 4'.48''$.

Durch die wirkliche Beobachtung dieser Abstände fand ich:

$CS' = 1^0.28'$ bis $1^0.42'$; $CT' = 1^0.41'$ bis $1^0.53'$;
$CS_, = 1^0.32'$ bis $1^0.51'$; $CT_, =$ ohngefähr $1^0.48'$

und die Entfernung der kleinen Lichtpunkte auf $D'D_,$ von einander $= 4'.45''$.

Eine vollkommenere Uebereinstimmung zwischen Theorie und Beobachtung lässt sich bei der Ungleichheit der verschiedenen Theile einer Vogelfeder nicht wohl erwarten.

VIERTE ABTHEILUNG.

Bestimmung der Erscheinungen, welche ein nicht homogener Lichtpunkt zeigt, wenn man denselben durch ein beliebiges Gitter betrachtet.

§. 194. Ist das Licht des leuchtenden Punktes nicht homogen, sondern zusammengesetzt, so erzeugt eine jede einzelne Farbe ihr eigenes Bild. Alle diese Bilder sind einander ähnlich, concentrisch und ähnlich liegend. Die rothen Bilder sind die grössten, weil sie den grössten Wellenlängen angehören, die violetten die kleinsten, (§. 20.) die der übrigen Farben sind zwischen diesen beiden eingereiht. Ist nur rothes und violettes Licht vorhanden, so erscheint auch nur ein rothes und ein violettes Bild, und beide sind durch dunkle Zwischenräume von einander getrennt. Vereinigt der leuchtende Punkt alle Farben in ununterbrochener Folge in sich, so gehen auch die Bilder stetig in einander über; fehlt dem leuchtenden Punkt eine Farbe, d. i. ein Wellensystem von einer gewissen Wellenlänge, so fehlt auch das entsprechende Bild, und es entsteht daher eine Unterbrechung in der Folge der Bilder, welche sich durch einen dunkeln Zwischenraum offenbart. Sind die Wellensysteme der verschiedenen Farben von einander unabhängig, und dieses scheint in der Natur immer der Fall zu seyn, so findet unter denselben keine gegenseitige Einwirkung statt, sondern ihre Wirkungen werden summirt, und die resultirende Farbe ist eine Mischung der componirenden.

§. 195. Betrachten wir durch ein Stabgitter mit sehr vielen Oeffnungen oder durch irgend ein anderes Gitter mit sehr vielen Reihen von Oeffnungen einen Punkt, welcher Licht von verschiedenen Farben, oder Wellensysteme von verschiedenen Wellenlängen, aussendet, so sehen wir in r', r'', r''', (*Taf. XV. Fig. 135.*) die rothen Spektra zweiter Classe, welche den Beugungswinkeln $\sin\psi^{(r)} = \pm\frac{m\lambda^{(r)}}{e}$ (105.) angehören. Die vio-

letten Spektra zweiter Classe befinden sich in v', v'', v''', etwa halb so weit von der Mitte C entfernt, als die rothen, weil die Oerter der letzteren bestimmt werden durch die Gleichung $\sin\psi^{(v)} = \pm\frac{m\lambda^{(v)}}{e}$, worin die Wellenlänge $\lambda^{(v)}$ ohngefähr halb so gross ist, als $\lambda^{(r)}$. Gäbe es nur rothes und violettes Licht, so würden wir die Zwischenräume fast ganz dunkel sehen, weil bei sehr vielen Oeffnungen die inneren Spektra, welche sich in diesen Zwischenräumen befinden, kaum bemerkbar sind. (§. 133.) Ist aber Licht von allen Farben vorhanden, das heisst: werden Wellensysteme von allen möglichen Wellenlängen zwischen $\lambda^{(r)}$ und $\lambda^{(v)}$ von dem leuchtenden Punkte ausgesendet, und gehen diese Wellenlängen stetig oder mit so kleinen Unterbrechungen in einander über, dass diese Unterbrechung unmerkbar wird, so sieht man zwischen den Spektern in r' und v', r'' und v'' etc. eine ununterbrochene Folge von Spektern zweiter Classe, welche zusammen ein lang gezogenes gegen die Mitte gerichtetes Farbenspektrum bilden. Zu einem scheinbar stetigen Uebergang der Farben ist keine vollkommene Stetigkeit in der Reihe der Wellenlängen erforderlich, weil ein jedes Spektrum zweiter Classe eine gewisse Breite hat, welche z. B. bei 100 Oeffnungen dem fünfzigsten Theile seiner Entfernung von der Mitte des Bildes gleich ist. (§. 132.) Fehlt in der Reihenfolge eine Farbe, so muss sich dieser Mangel durch einen dunkeln Zwischenraum in einem jeden Farbenspektrum zu erkennen geben. Die von Wollaston und Fraunhofer beobachteten dunkeln Linien sind daher nichts anders, als Lücken in dem Sonnenspektrum, welche dadurch entstehen, dass die entsprechenden Wellensysteme fehlen. Um diese dunkeln Linien zu beobachten, gebraucht man statt eines einzigen Lichtpunktes eine feine Lichtlinie als Objekt. Die Spektra werden alsdann zu breiten Farbenbändern, *Taf. XV. Fig. 137.* in welchen sich die dunkeln Linien wie Querfäden zeigen. In *Fig. 132.* auf *Taf. XIV.* sieht man ein solches Farbenband mit den auffallendsten dieser dunkeln Linien. Die denselben angehörenden Wellenlängen sind nach Fraunhofer's sehr genauen Messungen folgende:*)

---

*) Fraunhofer's Neue Modification des Lichts. pag. 38. und Gilbert's Annalen B. 74. pag. 359.

$$(B\lambda) = 0{,}00002541\text{ Z} = 0{,}0006879\text{ mm},$$
$$(C\lambda) = 0{,}00002422 = 0{,}0006559,$$
$$(D\lambda) = 0{,}00002175 = 0{,}0005888,$$
$$(E\lambda) = 0{,}00001945 = 0{,}0005265,$$
$$(F\lambda) = 0{,}00001794 = 0{,}0004856,$$
$$(G\lambda) = 0{,}00001587 = 0{,}0004296,$$
$$(H\lambda) = 0{,}00001464 = 0{,}0003963.$$

Die Ordinaten der über diesem Bande befindlichen Curve in *Fig.* 131. drücken, nach desselben Naturforschers Messungen, die Intensitäten der einzelnen in dem Sonnenlichte enthaltenen Farben aus. Diese Intensitäten ändern sich indess mit dem Stande der Sonne, und mit der Beschaffenheit der Atmosphäre. Bei dem Auf- und Untergange der Sonne z. B. verschwinden alle violetten und blauen Farben gänzlich, und das Spektrum reduzirt sich nahe auf die Hälfte seiner Länge. Auch kommen alsdann dunkle Linien zum Vorschein, welche zu einer andern Zeit ganz fehlen.*)

Dass genau genommen das Licht an keiner Stelle des Farbenspektrums vollkommen homogen werden könne, so sehr man auch die Anzahl der Oeffnungen vermehrt, ist leicht einzusehen, wenn man sich erinnert, dass ausser den Spektern zweiter Classe auch noch innere Spektra vorhanden sind, deren Intensität niemals Null werden kann. (§.133.) Einige von den dunkeln Linien sieht man mit Hilfe des Fernrohrs schon durch ein Drathgitter mit 90 Oeffnungen auf einem Zoll, viele derselben zeigen sich durch ein Gitter mit 200 bis 300 Oeffnungen, und durch ein Goldblatt- oder Russgitter mit 500 bis 800 Linien auf einem Zoll, sieht man die Linie, welche Fraunhofer mit *b* bezeichnet hat, sehr deutlich dreifach.

Durch zwei mit einander verbundene Utzschneider'sche Prismen von Krownglas, obgleich zu diesem Zwecke nicht bestimmt, sah ich ohne Fernrohr, ja selbst ohne irgend ein Augenglas mehr als 100 dieser Linien. Was mir aber ganz vorzüglich viel Vergnügen gemacht hat, war, mehrere der gedachten dunkeln Linien, namentlich die Linien *D* und *E* im Orange und Grünen, ohne Fernrohr mit blossem

*) Poggendorff's Annalen Band XXIII. pag. 441.

Auge durch ein sehr feines Gitter zu erkennen..*) Auch hierdurch sieht man wieder, dass das Fernrohr zur Hervorbringung der Beugungserscheinungen nicht wesentlich nothwendig ist, sondern dass das unbewaffnete Auge zur Beobachtung derselben schon hinreicht, wenn man nur die Gitterapparate eben so vielmal feiner macht, als das Fernrohr die Gegenstände vergrössert.

§. 196. Die meisten Erscheinungen, welche wir bei homogenem Lichte betrachtet haben, zeigen sich bei zusammengesetztem Lichte in ihren einzelnen Theilen zwar weniger scharf begrenzt, weil sich die Bilder der verschiedenen Farben sehr häufig überdecken, dagegen erhalten dieselben durch die Manchfaltigkeit der Farben, mit welchen die einzelnen Spektra geziert sind, ein äusserst prachtvolles Ansehen.

§. 197. Durch ein Stabgitter, welches sehr viele, aber nicht sehr hohe Oeffnungen enthält, sieht man z. B. ohne das rothe Glas bei intensivem Sonnenlichte die in *Fig. 133. Taf. XIV.* abgebildete Erscheinung. Sie wird der gezeichneten vollkommen gleich, wenn die Breite der Oeffnungen einundzwanzigmal in ihrer Höhe, und zweimal in der Dicke der Stäbe enthalten ist.

§. 198. Durch ein Stabgitter mit 4 Oeffnungen, die eben so breit sind als die Stäbe, und vor welches man kreuzend ein feines Drathgitter mit sehr vielen Oeffnungen hält, sieht man das prachtvolle Bild *Fig. 136.* auf *Taf. XV.*

§. 199. Man sieht eine der *Fig. 134. Taf. XIV.* ähnliche Erscheinung, wenn man zwei gleiche Stabgitter mit sehr vielen Oeffnungen kreuzend vor einander bringt. Soll die Erscheinung der gezeichneten vollkommen gleich werden, so müssen die Oeffnungen eben so breit als die Stäbe seyn.**)

§. 200. Sehr deutlich treten bei weissem Sonnenlichte alle die grossen und kleinen Spektra hervor, deren Intensitäten wir in den *Figuren*

---

*) Dieses Gitter war ein äusserst feines Glasgitter von Herrn Prof. Noerrenberg in Tübingen, auf einer kleinen, von ihm selbst verfertigten Maschine getheilt, und enthielt 1500 Linien auf einer Breite von 5 Millimeter.

**) Man vergleiche Poggendorff's Annalen, Band XXIII. pag. 287. *Taf. III. Fig. 14.*

74 bis *84.* auf *Taf. VII.* u. *VIII.* construirt haben, wenn man jedesmal ein ſeines Drathgitter kreuzend vor das Stabgitter hält, weil hierdurch die auf der mittleren Hauptreihe sich grösstentheils überdeckenden Spektra in mehreren Reihen wiederholt, und von einander abgesondert werden. Dasselbe Mittel kann man benutzen, um die Spektra eines einzigen Spaltes von einander zu trennen. Man sieht dergleichen Wiederholungen in den *Figuren 133, 134* und *136.*

§. 201. Dass man alle diese Erscheinungen auch sehr schön ohne Fernrohr mit blossem Auge sehen könne, wenn man sich zweier feinen Russgitter bedient, habe ich schon früher in §. 168. bemerkt.

§. 202. In die Classe der vorhergehenden Erscheinungen gehören auch diejenigen, welche man durch ein Stück Drathtuch, Musselin oder durch ein Seidenband sieht; sie sind etwas weniger regelmässig, aber fast eben so prachtvoll.

§. 203. Auch die Barton'schen Irisknöpfe zeigen ganz nach denselben Gesetzen durch gebeugtes reflektirtes Licht ähnliche Erscheinungen. Man hält diese Knöpfe entweder hart an das Auge, und betrachtet darin einen glänzenden Lichtpunkt, oder man wirft die reflektirten Farbenbilder in einem dunkeln Zimmer auf eine weisse Wand.

§. 204. Zu den sehr schönen Erscheinungen dieser Art gehören auch diejenigen, welche man durch sehr viele dreieckige oder kreisrunde Oeffnungen bei zusammengesetztem Lichte beobachtet. Man sehe *Fig. 138.* und *139.* auf *Taf. XV.* Endlich erinnere ich noch an das schöne Bild, welches bei recht intensivem Sonnenlichte die Fahne einer gewöhnlichen Vogelfeder dem unbewaffneten Auge zeigt, und welches wir in §. 193. erklärt haben.

FÜNFTE ABTHEILUNG.

Bestimmung der Erscheinungen, welche mehrere Lichtpunkte, eine Lichtlinie oder eine Lichtfläche durch ein Gitter hervorbringen.

§. 205. Wenn zwei verschiedene Lichtpunkte Strahlensysteme auf ein Gitter senden, so werden auf der Bildfläche (§. 85.) zwei ähnliche Lichtbilder erzeugt, deren Mittelpunkte die Vereinigungspunkte der ungebeugten Strahlen oder die gewöhnlichen Bilder der beiden Lichtpunkte sind. Betrachtet man z. B. durch eine parallelogrammartige Oeffnung zwei oder mehrere in ein Stanniolblatt gemachte Nadelstiche, durch welche Sonnenlicht hindurch fährt, so sieht man die in *Fig. 37.* auf *Taf. III.* abgebildete Erscheinung eben so oft wiederholt, als Lichtpunkte vorhanden sind.*) Die Projektionen dieser Lichtbilder auf der Schirmfläche *XYX*, *Taf. III. Fig. 33.* haben vollkommen gleiche Gestalt, Grösse und Lage, weil die Vibrationsintensitäten in beiden Bildern durch den nämlichen Ausdruck bestimmt werden. Haben die beiden Strahlensysteme gleiche Stärke, so haben auch die von denselben erzeugten Lichtbilder in allen entsprechenden Punkten gleiche Intensitäten. Sind die Strahlensysteme von ungleicher Stärke, so verhalten sich die Intensitäten der entsprechenden Punkte in beiden Bildern wie die Intensitäten des ungebeugten Lichts in ihren Mittelpunkten.

§. 206. Die Intensität des gebeugten Lichts in einem beliebigen Punkte eines Lichtbildes (die wir gewöhnlich mit $(A)^2$ bezeichnet haben), können wir als eine Ordinate ansehen, welche in der Projektion dieses Punktes auf der Ebene des Schirms senkrecht steht, und die Lichtmasse

---

*) Sehr unterhaltend werden diese zusammengesetzten Erscheinungen, wenn man den Lichtpunkten eine regelmässige Anordnung gibt, und zugleich durch Umdrehung des Gitters ein gewisses Leben in die Erscheinungen hineinbringt.

des ganzen Bildes als einen aus der Summe dieser Ordinaten zusammengesetzten Körper, den wir das **Lichtgebirg** des Bildes nennen wollen. Zwei verschiedene Lichtpunkte erzeugen also durch dasselbe Gitter zwei Lichtgebirge, deren Grundflächen gleich sind und ähnlich liegen, und deren entsprechende Höhenordinaten sich alle verhalten, wie die Ordinaten ihrer Mittelpunkte oder wie ihre Achsen.

Ist die scheinbare Entfernung zweier Lichtpunkte nicht sehr gross, und besitzen beide die nämliche Lichtstärke, so kann man die Intensitäten des ungebeugten Lichtes in den Mittelpunkten ihrer Lichtbilder als gleich, und folglich ihre Lichtgebirge als congruent ansehen.

Sind die Oscillationen der beiden Lichtpunkte von einander unabhängig, und dieses scheint bei verschiedenen physischen Punkten immer der Fall zu seyn, so findet zwischen den von denselben ausgehenden Strahlensystemen keine sichtbare Interferenz Statt, und man hat daher, um unter dieser Voraussetzung die aus beiden Systemen resultirende Wirkung in einem beliebigen Punkte der Bildfläche zu erfahren, bloss die Intensitäten des gebeugten Lichtes zu addiren. Sind z. B. P' und P'' *Taf. XVII. Fig. 147.* die Projektionen der gewöhnlichen Bilder der beiden Lichtpunkte in der Ebene des Schirms, und M die Projektion eines beliebigen Punktes der den mit Bildfläche, dessen Intensität man wissen will, so hat man bloss in ihren Achsen über P' und P'' stehenden Lichtgebirgen der beiden Lichtpunkte die über M befindlichen Ordinaten zu summiren.

§. 207. Haben die beiden Lichtpunkte gleiche Stärke, so sind, wie oben gesagt worden, die beiden Lichtgebirge congruent, und man kann alsdann bei der Summirung der entsprechenden Ordinaten auf folgende Weise verfahren: man nehme auf der Verlängerung von PM', $MP_{,}=MP'$, und versetze das erste Lichtgebirg mit seiner Achse über den Punkt M. Die in diesem Lichtgebirg ursprünglich über M befindliche Ordinate wird hierdurch nach $P_{,}$ versetzt. Auf dieselbe Weise denke man sich auch das zweite Lichtgebirg mit seiner Achse über den Punkt M, und die über M befindliche Ordinate nach $P_{,,}$ versetzt. Wir hätten also jetzt in den nach M versetzten Lichtgebirgen die über $P_{,}$ und $P_{,,}$ stehenden Ordinaten zu addiren. Da nun aber wegen der gleichen Stärke der beiden Lichtpunkte die beiden Lichtgebirge congruent sind, folglich nach den vorgenommenen Versetzungen vollkommen auf einander passen, und da wir

ausserdem wissen, dass bei jedem Lichtbilde diejenigen Punkte, welche in gleichen Entfernungen und auf entgegengesetzten Seiten des Mittelpunktes liegen, vollkommen gleiche Intensitäten besitzen, dass also in dem nach *M* versetzten Lichtgebirge die Intensitäten in $P_,$ und $P_{,,}$ dieselben sind, wie in P' und P'', so können wir uns offenbar das Zurücktragen der Punkte P' und P'' nach $P_,$ und $P_{,,}$ ganz ersparen, und dürfen nur in einem der nach *M* versetzten Lichtgebirge die über P' und P'' befindlichen Ordinaten summiren.

§. 208. Soll die Intensität des Lichts gefunden werden, welche durch eine gleichförmig starke, oder aus gleichen Elementen bestehende Lichtlinie in einem beliebigen Punkte der Bildfläche erzeugt wird, so versetze man das Lichtgebirg, welches einem einzigen Lichtpunkte oder einem Elemente angehört, mit seiner Achse über *M*, und summire alsdann in demselben alle Ordinaten, welche sich über der Projektion $P'\,P''$ der gegebenen Lichtlinie befinden.

§. 209. Soll die Intensität des Lichts gefunden werden, welche durch eine gleichförmig starke oder aus gleichen Elementen bestehende Lichtfläche in einem beliebigen Punkte der Bildfläche hervorgebracht wird, so summire man in dem durch ein einziges Element hervorgebrachten und über *M* versetzten Lichtgebirge alle über der Projektion *ABCDE* der Lichtfläche befindlichen Ordinaten. *Taf. XVII. Fig. 148.* Die Summe dieser Ordinaten ist offenbar nichts anders als die über *ABCDE* befindliche Masse des Lichtgebirgs.

§. 210. Sollen die durch eine Lichtfläche erzeugten Intensitäten für eine Reihe von Punkten oder eine Linie der Bildfläche gefunden werden, so hat man die Achse des einem Elemente angehörenden Lichtgebirgs nach und nach über die Projektionen *M N* aller dieser Punkte zu versetzen, und immer diejenige Masse des Lichtgebirgs zu bestimmen, welche sich in jedem Momente über der Projektion *ABCDE* der Lichtfläche befindet.

Wir wollen nun diese allgemeinen Lehrsätze auf einige besondere Fälle anwenden.

§. 211. Betrachtet man durch eine vertikal stehende rechtwinklige Oeffnung zwei vertikal über einander liegende Lichtpunkte, so sieht man zwei übereinander liegende Lichtbilder. In einem jeden dieser Licht-

bilder ist nach §. 96. das Verhältniss der Intensitäten auf allen horizontalen Linien dasselbe wie auf den beiden horizontalen Hauptlinien, es ist folglich auch das Verhältniss ihrer Summen dasselbe, und durch das Ueberdecken der beiden Bilder wird demnach in den horizontalen Linien das Verhältniss der Intensitäten nicht geändert. Von einer vertikalen Reihe von Lichtpunkten oder von einer vertikalen Lichtlinie werden daher Farbenbänder oder Fransen erzeugt, in welchen auf allen horizontalen Linien das Verhältniss der Intensitäten dasselbe ist, wie auf der horizontalen Hauptlinie des von einem einzigen Lichtpunkte erzeugten Bildes. Dasselbe Gesetz gilt nach §. 166. auch für jedes vertikale Stabgitter.

§. 212. Sind die Oeffnungen des Stabgitters sehr hoch, so reduzirt sich das Lichtbild eines jeden Lichtpunktes auf einen sehr schmalen horizontalen Streifen, und das obige gleiche Verhältniss der Intensitäten findet alsdann auch sehr nahe bei den schiefen oder gebogenen Fransen Statt, welche durch schiefe oder gebogene Lichtlinien erzeugt werden. Diese Fransen erscheinen dem Auge im letzten Falle bei zusammengesetztem Lichte, und wenn man das Gitter in seiner Ebene dreht, als sehr schöne farbige Zylinder.

§. 213. Will man die Intensitäten des Bildes für ein vertikales Stabgitter und zwei in einer horizontalen Linie neben einander liegende Lichtpunkte $P'P''$ *Taf. XVI. Fig. 143.* construiren, so verfahre man nach §. 206.; man zeichne nämlich den horizontalen Zentral-Durchschnitt des Lichtgebirgs, welcher hier allein nothwendig ist, oder die Intensitätscurve des Gitters, zweimal neben einander, so, dass die Fusspunkte der Achsen über den gegebenen Punkten P' und P'' stehen, und addire alsdann die zusammenfallenden Ordinaten. Ist das Stabgitter ein einzelner Spalt, und sind die beiden Lichtpunkte scheinbar um die Breite eines Seitenspektrums von einander entfernt, so stellen die Ordinaten der Curve *KL Taf. XVI. Fig. 143.* die Intensitäten des zusammengesetzten Lichtbildes vor.

Dieselbe Intensitätscurve *KL* gilt nach dem Vorhergehenden auch für zwei in derselben Entfernung neben einander liegende vertikale Lichtlinien, wie *AA', BB'. Fig. 142.* Verlängert man die eine dieser beiden Lichtlinien aufwärts, die andere abwärts, wie in *Fig. 144.*, so kann man an der Lage

der Spektra, welche diesen Verlängerungen angehören, das Verhältniss zwischen dem scheinbaren Abstande der beiden Lichtlinien, und der Breite eines Seitenspektrums leicht beurtheilen.

§. 214. Sind die beiden Lichtlinien sehr nahe beisammen, so fallen die entsprechenden Ordinaten der beiden Curven nahe auf einander, und die Erscheinung ist alsdann auch nahe die nämliche, wie bei einer einzigen Lichtlinie. Je grösser dagegen der scheinbare Abstand der beiden Lichtlinien wird, desto weiter entfernen sich die Achsen der Curven von einander, und desto mehr weicht die Erscheinung von derjenigen ab, welche durch eine einzige Lichtlinie erzeugt wird.

§. 215. Man kann die Intensitäten dieser Bilder, die für die Theorie eben so interessant, wie für das Auge angenehm sind, sehr leicht auf folgende Weise für ein beliebiges Stabgitter darstellen.

Man zeichne auf ein Blatt Papier die Intensitätscurve, welche dem Stabgitter angehört, für einen einfachen Spalt, z. B. die Curve *Taf. II. Fig. 19*, und copiere dieselbe noch einmal auf durchsichtiges sogenanntes Strohpapier. Diese Copie schlage man um, und stosse sie von unten an das Original so an, dass die Abscissenlinien auf einander passen. Rückt man alsdann durch Verschieben der Abscissenlinie die Achsen der beiden Curven in einen beliebigen Abstand, so stellen die Zwischenräume zwischen den Curven, in vertikaler Richtung genommen, die Intensitäten der Erscheinung für diesen Abstand vor. Die *Figuren 145.a.* bis *145.l. Taf.XVI.* zeigen auf diese Weise die Intensitäten der Erscheinungen, wenn der Abstand oder die scheinbare Entfernung der beiden Lichtlinien (die ich mit d bezeichnen will) die auf jeder Figur angegebene Grösse hat. Ist dieser Abstand genau gleich der Breite einer ganzen Anzahl von Seitenspektern, oder ist $d = m\psi^{(\prime)}$, so fallen die Minima der beiden Curven zusammen; die Intensität ist daher unter dieser Voraussetzung auch in dem zusammengesetzten Bilde an diesen Stellen vollkommen Null. In den Figuren *145. e. g. i. l.* gibt es dergleichen Nullpunkte sowohl innerhalb, als ausserhalb der Achsen der Curven, in den Figuren *145. a.* und *c.* nur ausserhalb derselben. Ist d nicht $= m\psi^{(\prime)}$, so gibt es auch keine vollkommenen Minima, in denen alles Licht verschwindet, sondern die Minima der einen Curve werden mehr oder weniger durch das Licht der andern Curve ausgefüllt. In den Figuren *145. b d. f. h. k.* worin $d = (m + \frac{1}{2})\psi^{(\prime)}$ ist, wird diese Ausgleichung

am stärksten, weil hier immer ein Maximum der einen Curve mit einem Minimum der andern zusammenfällt. Man sieht indess aus den letzten dieser Figuren, dass diese Ausgleichung immer weniger kräftig wird, je weiter die Achsen der beiden Curven sich von einander entfernen, oder je grösser der scheinbare Abstand der beiden Lichtlinien wird. Bei jedem andern Stabgitter verfährt man mit der Intensitätscurve ganz auf die nämliche Weise.

§. 216. Die Erscheinungen, welche zwei Lichtlinien in verschiedenen Entfernungen hervorbringen, sieht man alle zusammen sehr schön in einem einzigen Bilde vereinigt, wenn man zwei in einem spitzen Winkel sich durchschneidende Lichtlinien anwendet. In *Fig. 146.* auf *Taf. XVI.* ist die Skitze eines solchen Bildes für den Fall entworfen, in welchem das Gitter nur eine einzige rechtwinklige Oeffnung enthält. Die Intensitäten auf den Linien *a, b, c* etc. entsprechen den vorhergehenden, mit gleichen Buchstaben bezeichneten Figuren.

§. 217. Am schönsten zeigen sich diese Erscheinungen in dem Fernrohr; mehrere derselben sieht man auch schon recht gut mit blosem Auge, wenn man eine geschwärzte Glasplatte vor eine Lichtflamme hält, und die einradirten parallelen oder sich durchschneidenden Linien durch einen Spalt von etwa $^1/_5$ Millimeter Breite, oder durch ein Russgitter mit mehreren feinen Oeffnungen betrachtet.

§. 218. Sollen die Erscheinungen genau so ausfallen, wie die Construktionen sie darstellen, so müssen die beiden Lichtlinien von vollkommen gleicher Lichtstärke seyn. Man muss desswegen dafür sorgen, dass beide vollkommen gleiche Breite erhalten und gleichstark erleuchtet werden.

§. 219. Will man die Erscheinungen für Lichtlinien von ungleicher Stärke construiren, so darf man nur die Ordinaten der einen Intensitätscurve in dem gehörigen Verhältnisse vergrössern oder verkleinern, und im Uebrigen verfahren, wie bei Lichtlinien von gleicher Stärke.

§. 220. Hat die Lichtlinie, welche durch eine vertikale Oeffnung oder durch ein vertikales Stabgitter betrachtet wird, eine horizontale Lage, so construire man die Erscheinung nach der §. 207. angegebenen Methode. Ist z. B. $P' P''$ *Fig. 149. Taf. XVII.* die Projektion der Lichtlinie, und *M.* ein beliebiger Punkt auf dieser Linie oder ihrer Verlän-

gerung, dessen Intensität man wissen will, so bringe man die Intensitätscurve des Gitters mit seiner Achse über diesen Punkt, und summire die zwischen P' und P'' enthaltenen Ordinaten. Die Summe dieser Ordinaten oder die Fläche $P'P''R''R'$ ist die gesuchte Intensität des Punktes M. Als Einheit kann man hier die Summe aller Ordinaten oder die Fläche der ganzen Curve annehmen. Eine ziemlich klare Vorstellung von den resultirenden Intensitäten aller Punkte kann man sich schon dadurch verschaffen, dass man die Intensitätscurve über der Linie $P'\,P''$ hinschiebt, und die zwischen den Senkrechten $P'R'$ und $P''R''$ enthaltene Fläche in jedem Momente nach dem Augenmaase schätzt.

§. 221. Ganz auf dieselbe Weise verfährt man bei einer rechtwinkligen Lichtfläche mit vertikalen Rändern, weil man dieselbe aus übereinanderliegenden horizontalen Lichtlinien zusammengesetzt ansehen kann.

§. 222. Enthält das Gitter nur eine einzige rechtwinklige Oeffnung, und hat die Lichtfläche die scheinbaren Breiten $d = \frac{1}{4}\psi^{(1)}$, $= \frac{1}{2}\psi^{(1)}$, $= \frac{3}{4}\psi^{(1)}$, $= \psi^{(1)}$, $= 2\psi^{(1)}$, so stellen die Ordinaten der Curven *a, b, c, d, h, Fig. 150.* auf *Taf. XVII.* die resultirenden Intensitäten vor. Die numerischen Werthe dieser Ordinaten sind in der Tabelle XIII. enthalten. Man sieht alle diese Erscheinungen in einem einzigen Bilde vereinigt, *Fig. 154. Taf. XVIII.*, wenn man der Lichtfläche eine zugespitzte Gestalt giebt, wie in *Fig. 153.*

Für ein Stabgitter mit 4 Oeffnungen welche halb so breit sind als die Stäbe (§. 150.), und für Lichtflächen deren scheinbaren Breiten 1, 2, 3 oder 4mal so gross sind, als die halbe Breite eines Lichthügels III. Classe (§. 132.), habe ich die Intensitätscurven in *Fig. 157. a, b, c, d* auf *Taf. XVIII.* entworfen und in der Tabelle XIV. berechnet. Die erste dieser Curven, für welche die scheinbare Breite der Lichtfläche der halben Breite eines innern Lichthügels gleich ist, $\left(d = \frac{\lambda}{8e}\right)$, zeigt noch die beiden innern Lichthügel, wie bei einer ganz feinen Lichtlinie oder bei einem Lichtpunkte. (Man vergleiche *Taf. VIII. Fig. 80.*). In der zweiten Curve sind die beiden innern Lichthügel verschwunden, in der dritten kommt wieder einer derselben zum Vorschein, um in der vierten von Neuem und für immer zu verschwinden. Die *Fig. 158.* auf *Taf. XVIII.* zeigt diese allmähligen Verwandlungen in einem einzigen Bilde vereinigt.

§. 223. Die Oerter der Maxima und Minima können, bei einem beliebigen Stabgitter und bei einer Lichtfläche von beliebiger Breite sehr leicht ohne Beihülfe der Curvenflächen gefunden werden; denn es ist klar, dass die zwischen den Senkrechten $P'R'$ und $P''R''$ (*Fig. 149.*) enthaltene Fläche weder zu- noch abnimmt, und dass folglich entweder ein Maximum oder ein Minimum Statt findet, wenn beim Verschieben der Curve die neu eintretende Ordinate der austretenden gleich, oder wenn $P'R' = P''R''$ ist. Nun findet man aber die Oerter, welche dieser Bedingung entsprechen, sehr leicht, wenn man die Curve des Gitters in einem Abstande, welcher der scheinbaren Breite der Lichtfläche gleich ist, zweimal neben einander zeichnet, wie in den *Figuren 151.* und *152.* auf *Taf. XVII.* Die Punkte $a', i'; a'', i''$ etc., in welchen sich alsdann die Curven durchschneiden, sind die gesuchten Oerter der Maxima und Minima. Die *Figuren 151. a, b, c, d, h* gehören den Curven *150. a, b, c, d, h* an, die *Figuren 152. a, b, c* den Curven *157. a, b, c* auf *Taf. XVIII.* Wenn sich die beiden Curven in einer gewissen Lage nicht durchschneiden, sondern blos berühren, so finden keine Maxima und Minima statt, sondern blos eine stufenweise Abnahme des Lichts. Zieht man die eine Curve auf durchsichtiges Papier, so findet man durch Verschieben derselben über der andern, diese Oerter für alle möglichen Breiten der Lichtfläche. Bei einiger Aufmerksamkeit wird man leicht finden, dass vom ersten Maximum a' bis zum ersten Minimum i' die Intensität nach und nach um die zwischen beiden Curven enthaltene Fläche $a'i'$ abnimmt, und dass dieselbe von da bis zum nächsten Maximum a'' um den folgenden Zwischenraum $i'a''$ zunimmt. Sind diese Zwischenräume klein, so sind es auch die Unterschiede zwischen den Intensitäten der auf einander folgenden Maxima und Minima.

Untersucht man die Lage dieser Minima in den *Figuren 151.* und *152.*, so findet man dass dieselben von den Rändern der Lichtfläche nicht so weit entfernt liegen, als bei einer ganz feinen Lichtlinie, und dass daher eine Lichtfläche von merklicher Breite durch eine rechtwinklige Oeffnung betrachtet, nicht um die ganze Breite des Centralspektrums vergrössert erscheint. Am leichtesten überzeugt man sich hiervon durch folgenden Versuch: man schneide in ein Stanniolblatt ein Rechteck *ABCD* *Fig. 155. Taf. XVIII.*, verlängere den einen Rand desselben durch einen feinen Schnitt bis nach *E* und betrachte die beleuchtete Oeffnung durch

einen Spalt. Man wird alsdann ein Bild sehen wie *Fig. 156.*, in welchem das erste Minimum $a' d'$ des Rechtecks $ABCD$ hinter dem ersten Minimum de des verlängerten Randes DE merklich zurücksteht.

§. 224. Ist die horizontale Lichtlinie oder die rechteckige Lichtfläche nach einer Richtung unendlich lang, oder rückt P'' (*Fig. 149.*) in eine unendliche Entfernung von P', so ist die Intensität eines beliebigen Punktes M gleich der Summe aller Ordinaten oder gleich der ganzen Curvenfläche von $P'R'$ gegen $P''R''$ bis ins Unendliche. Fällt M mit P' zusammen, so ist die resultirende Intensität gleich der Hälfte der ganzen Curvenfläche. In einem Punkte, der sehr weit rechts von P' in die Oeffnung hineinfällt, ist die resultirende Intensität sehr nahe der ganzen Curvenfläche gleich. Man sieht hieraus, dass bei jedem Stabgitter die Intensität am Rande einer grossen Lichtfläche sehr nahe der Hälfte derjenigen gleich ist, welche tief im Innern der Lichtfläche Statt findet. Auch sieht man, dass zwei Punkte, welche ausserhalb und innerhalb der Lichtfläche in gleicher Entfernung von den Rändern derselben liegen, in ihrer Intensität um gleichviel von der Intensität der Ränder verschieden sind. Es gibt daher auch bei einer sehr grossen Lichtfläche keine eigentlichen Minima, sondern nur eine stufenweise Abnahme des Lichts, und diese Abnahme ist auf beiden Seiten der Ränder symmetrisch.

Die Ordinaten der Curve *150. z, Taf. XVII.* stellen die Intensitäten am Rande einer sehr breiten Lichtfläche vor, wenn das Gitter nur eine einzige rechtwinkliche Oeffnung enthält. Die numerischen Werthe dieser Ordinaten sind in der letzten Columne der Tabelle XIII. enthalten. Für die drei Arten von Stabgittern, in welchen die Oeffnungen eben so breit, halb, oder doppelt so breit sind, als die Stäbe, und für eine sehr grosse Anzahl von Oeffnungen sind die Intensitäten am Rande einer sehr breiten Lichtfläche durch die Ordinaten der Curven *Fig. 159, 160* und *161. Taf. XVIII.* dargestellt.

§. 225. Befinden sich zwei oder mehrere Oeffnungen von merklicher Breite neben einander, so hat man wieder die Intensitäten derselben zu addiren, um die resultirende Intensität zu erhalten.

§. 226. Die Ränder eines undurchsichtigen Streifen in einer sehr grossen Lichtfläche sieht man als die Ränder der anliegenden grossen Lichtöffnung an, und addirt die Intensitäten beider Oeffnungen.

§. 227. Ist das Licht nicht homogen, sondern zusammengesetzt, so erzeugt jede einzelne Farbe ihr eigenes Bild. So wie nun das homogene Bild einer Lichtfläche sich ändert, wenn die Breite der Lichtfläche grösser wird, ganz eben so ändert sich das Bild, wenn bei gleich bleibender Lichtfläche die Wellenlänge sich vermindert. Ist z. B. *157. c* die Intensitätscurve der rothen Strahlen, so hat die Curve der blauen eine Gestalt wie die Linie *157. b*. Man kann dieses Resultat der Theorie leicht prüfen, wenn man eine Lichtfläche von der gehörigen Breite abwechselnd durch ein rothes Glas und durch die blaue Auflösung des Kupfers in Ammoniak (*Cuprum ammoniacale*) betrachtet.

Bemerkenswerth ist die Farbe, mit welcher bei zusammengesetztem Lichte die Treppen der *Figuren 159, 160* und *161* anfangen und endigen. Ausserhalb der beiden Ränder der Lichtfläche sieht man nämlich diese Treppen roth gesäumt, innerhalb derselben blau. Der Grund dieser verschiedenen Färbung liegt offenbar in der verschiedenen Ausdehnung der verschiedenfarbigen Bilder, vermöge welcher dort die rothen Treppen, hier die blauen oder violetten vor den übrigen vorspringen.

§. 228. Wir wollen nun noch die Erscheinungen bestimmen, welche man durch eine kreisförmige Oeffnung sieht, wenn der Gegenstand eine Lichtlinie oder eine Lichtfläche ist.

Ist $P' P''$, *Fig. 163.*, die Projektion der beobachteten Lichtlinie, und M die Projektion eines beliebigen Punktes, dessen Intensität wir suchen, so dürfen wir nur, um diese Intensität zu erhalten, nach §. 208. das der kreisrunden Oeffnung angehörende Lichtgebirg mit seiner Achse über diesen Punkt versetzen, und alsdann die Summe der über $P'P''$ befindlichen Ordinaten bestimmen. Soll nicht bloss die Intensität eines einzelnen Punktes, sondern die Intensität einer ganzen Linie TMT, welche mit $P' P''$ parallel läuft, gesucht werden, so berechnen wir die Curve des ganzen über $S P' P'' S$ stehenden Durchschnitts und verfahren mit diesem letztern nach der in §. 220. angegebenen Methode. Ist die Lichtlinie sehr kurz, so müssen sich Maxima und Minima in den verschiedenen Punkten der Linie TMT zeigen, weil die Curve eines jeden Durchschnitts Maxima und Minima besitzt. Ist die Lichtlinie aber sehr lang in Vergleich mit den Dimensionen des Lichtgebirges, so finden auf TMT keine Maxima und Minima mehr Statt, sondern nur eine allmählige Abnahme des Lichts.

Diese Abnahme ist an den beiden Enden von $Q' Q''$ am stärksten; zwischen Q' und Q'' ist die Intensität nahe constant, und wird durch die ganze Oberfläche des entsprechenden Durchschnitts vorgestellt. Berechnet man die Oberflächen der Durchschnitte des Lichtgebirgs in verschiedenen Entfernungen von seiner Achse, so findet man, dass dieselben einer Ab- und Zunahme unterworfen sind, und dass das erste Minimum in eine Entfernung von 210° von der Achse fällt. Die Linien $Q' Q''$ *Fig. 162.* deren Intensitäten durch die Oberflächen dieser Durchschnitte vorgestellt werden, müssen daher in verschiedenen Entfernungen von der Lichtlinie abwechselnd heller und dunkler erscheinen, und das erste Minimum muss von der Linie $P' P''$ um etwas weniger entfernt liegen, als das erste Minimum bei einem einzelnen Lichtpunkte, weil das letztere erst in einer Entfernung von 219°,6 eintritt (§. 120.). (Man vergleiche die Oberflächen der Durchschnitte in der Tabelle XV.) Alle diese Resultate der Theorie werden durch die Erfahrung vollkommen bestätigt.

§. 229. Breitet sich die Lichtlinie $P' P''$, welche wir sehr lang annehmen, zu einem Lichtbande $P' P'' P''' P^{4}$ *Fig. 164. Taf. XVIII.* aus, so wird nach §. 209. die Intensität eines beliebigen Punktes M durch die Masse des Lichtgebirgs repräsentirt, welche sich über diesem Lichtbande befindet. Diese Masse ist für einen Punkt in der Mitte zwischen den beiden Linien $P' P''$ und $P''' P^{4}$ offenbar am grössten. Sie wird kleiner, wenn sich dieser Punkt und mit ihm die Achse des Lichtgebirges aus jener Mitte entfernt, bis der Moment eintritt, in welchem die beiden jene Masse begrenzenden Durchschnitte einander gleich werden. Dieser Moment des ersten Minimums muss offenbar eintreten, wenn der kleinste Durchschnitt sich noch zwischen $P' P''$ und $P''' P^{4}$ befindet. Bei einem Lichtbande fällt also das erste Minimum nicht so weit von dem Rande des Lichtbandes, als das erste Minimum von einer Lichtlinie.

Ist die Lichtfläche nicht allein sehr lang, sondern auch sehr breit, so finden an ihren Rändern keine eigentlichen Minima mehr Statt, sondern nur treppenförmige Abstufungen des Lichts. Die Intensität eines Punktes M ausserhalb der Lichtfläche, ist in diesem letzten Falle gleich der ganzen, jenseits des nächsten Randes liegenden Masse des Lichtgebirgs. Auf dem Rande selbst ist die Intensität der Masse des halben, und tief in der Oeffnung sehr nahe der Masse des ganzen Lichtgebirgs gleich. In

der Tabelle XVI. sind diese Intensitäten von 45 zu 45 Abscissengraden berechnet und in *Fig. 168.* graphisch dargestellt.

§. 230. Soll die Intensität des Lichtbildes, welches von einer kreisrunden Lichtscheibe $P'P''P'''$ *Fig. 167.* durch eine kreisrunde Oeffnung erzeugt wird, gefunden werden, so versetzen wir die Achse des Lichtgebirgs nach und nach über alle Punkte der Linie AM und bestimmen jedesmal die über der Lichtscheibe befindliche Masse des Lichtgebirgs. Ist die Lichtscheibe sehr klein, wie bei einem Fixstern, so sind die Intensitäten nahe dieselben, wie bei einem Lichtpunkte (*Fig. 165.*). Hat die Lichtscheibe einen scheinbaren Halbmesser von 180 Abscissengraden des Lichtgebirgs, so stellt die Curve 166 und die Tabelle XVII. die Intensitäten derselben vor. Ist die Lichtscheibe sehr gross, so sind die Intensitäten in der Nähe des Randes merklich dieselben, wie an dem Rande einer sehr grossen viereckigen Lichtfläche. (Man sehe *Fig. 168.* und Tabelle XVI.) Dieser letzte Fall findet Statt bei der Sonne, dem Monde und den grösseren Planeten.

Ist das Licht ausserhalb des Randes einer Lichtscheibe bis auf eine Entfernung von 220 Abscissengraden noch bemerkbar, so ist die durch Beugung hervorgebrachte Vergrösserung des Durchmessers der Lichtscheibe einem Winkel gleich, dessen Sinus $= \frac{220}{180} \cdot \frac{\lambda}{D}$ ist, (wo D den Durchmesser der Oeffnung bezeichnet, durch welche die Lichtscheibe beobachtet wird.) Bei einer Oeffnung von 1 Par. Zoll Durchmesser und weissem Sonnenlichte beträgt diese Vergrösserung $10'',6$, bei einer Oeffnung von 10 Par. Zoll $1'',06$. (Man vergleiche §. 120. u. 122.)

Gedruckt bei

August Osswald

in Heidelberg.

Tabelle I. §. 55.

Intensitäten des Lichts durch ein Gitter mit einem Spalte.

$\frac{1}{2}\pi$	$\frac{1}{2}\gamma_{,} = \frac{\pi\gamma \sin\vartheta}{\lambda}$	Vibrat. Intens. $(A) = \frac{\sin\frac{1}{2}\gamma_{,}}{\frac{1}{2}\gamma_{,}}$	Lichtstärke $(A)^2$	Log.(A)	Log.$(A)^2$	$\frac{1}{2}\pi$	$\frac{1}{2}\gamma_{,} = \frac{\pi\gamma \sin\vartheta}{\lambda}$	Vibrat. Intens. $(A) = \frac{\sin\frac{1}{2}\gamma_{,}}{\frac{1}{2}\gamma_{,}}$	Lichtstärke $(A)^2$	Log.(A)	Log.$(A)^2$
0.)	0°	+ 1,0000	1,0000	10,00000	10,00000	7.)	630°	− 0,0909	0,00827	8,95878	7,91756
	15	+ 0,9886	0,9774	9,99503	9,99005		645	− 0,0858	0,00736	8,93350	7,86700
	30	+ 0,9549	0,9119	9,97997	9,95994		660	− 0,0752	0,00565	8,87611	7,75222
	45	+ 0,9003	0,8105	9,95439	9,90878		675	− 0,0600	0,00360	8,77830	7,55660
	60	+ 0,8270	0,6839	9,91750	9,83500		690	− 0,0415	0,00172	8,61824	7,23648
	75	+ 0,7379	0,5445	9,86800	9,73600		705	− 0,0210	0,00044	8,32292	6,64584
1.)	90	+ 0,6366	0,4053	9,80388	9,60776	8.)	720	0,0000	0,00000		
	105	+ 0,5271	0,2778	9,72187	9,44374		735	+ 0,0202	0,00041	8,30482	6,60964
	120	+ 0,4135	0,1710	9,61647	9,23294		750	+ 0,0382	0,00146	8,58203	7,16406
	135	+ 0,3001	0,0901	9,47727	8,95454		765	+ 0,0530	0,00280	8,72394	7,44788
	150	+ 0,1910	0,0365	9,28100	8,56200		780	+ 0,0636	0,00405	8,80356	7,60712
	165	+ 0,0899	0,0081	8,95363	7,90726		795	+ 0,0696	0,00485	8,84269	7,68538
2.)	180	0,0000	0,0000			9.)	810	+ 0,0707	0,00500	8,84964	7,69928
	195	− 0,0760	0,00578	8,88108	7,76216		825	+ 0,0671	0,00450	8,82661	7,65322
	210	− 0,1364	0,01861	9,13487	8,26974		840	+ 0,0591	0,00349	8,77137	7,54274
	225	− 0,1801	0,03242	9,25542	8,51084		855	+ 0,0474	0,00224	8,67563	7,35126
	240	− 0,2067	0,04274	9,31544	8,63088		870	+ 0,0329	0,00108	8,51757	7,03514
*	255	− 0,2170	0,04710	9,33652	8,67304		885	+ 0,0167	0,00028	8,22417	6,44834
3.)	270	− 0,2122	0,04503	9,32676	8,65352	10.)	900	0,0000	0,00000		
	285	− 0,1942	0,03771	9,28822	8,57644		915	− 0,0162	0,00026	8,20969	6,41938
	300	− 0,1654	0,02736	9,21853	8,43706		930	− 0,0308	0,00095	8,48861	6,97722
	315	− 0,1286	0,01654	9,10930	8,21860		945	− 0,0429	0,00184	8,63217	7,26434
	330	− 0,0868	0,00754	8,93858	7,87716		960	− 0,0517	0,00267	8,71338	7,42676
	345	− 0,0430	0,00185	8,63329	7,26658		975	− 0,0568	0,00322	8,75406	7,50812
4.)	360	0,0000	0,00000			11.)	990	− 0,0579	0,00335	8,76249	7,52498
	375	+ 0,0395	0,00156	8,59708	7,19416		1005	− 0,0551	0,00303	8,74089	7,48178
	390	+ 0,0735	0,00540	8,86603	7,73206		1020	− 0,0486	0,00237	8,68705	7,37410
	405	+ 0,1000	0,01001	9,00015	8,00030		1035	− 0,0391	0,00153	8,59267	7,18534
	420	+ 0,1181	0,01396	9,07240	8,14480		1050	− 0,0273	0,00074	8,43590	6,87180
**	435	+ 0,1272	0,01619	9,10457	8,20914		1065	− 0,0139	0,00019	8,14376	6,28752
5.)	450	+ 0,1273	0,01621	9,10491	8,20982	12.)	1080	0,0000	0,00000		
	465	+ 0,1190	0,01416	9,07561	8,15122	13.)	1170	+ 0,0490	0,00240	8,68994	7,37988
	480	+ 0,1034	0,01069	9,01441	8,02882	15.)	1350	− 0,0424	0,00180	8,62779	7,25558
	495	+ 0,0818	0,00670	8,91300	7,82600	17.)	1530	+ 0,0374	0,00140	8,57343	7,14686
	510	+ 0,0562	0,00315	8,74952	7,49904	19.)	1710	− 0,0335	0,00112	8,52512	7,05024
	525	+ 0,0282	0,00080	8,45095	6,90190	21.)	1890	+ 0,0303	0,00092	8,48166	6,96332
6.)	540	0,0000	0,00000			23.)	2070	− 0,0277	0,00077	8,44215	6,88430
	555	− 0,0267	0,00071	8,42682	6,85364	25.)	2250	+ 0,0255	0,00065	8,40594	6,81188
	570	− 0,0503	0,00253	8,70122	7,40244	27.)	2430	− 0,0236	0,00056	8,37251	6,74502
	585	− 0,0692	0,00480	8,84045	7,68090	29.)	2610	+ 0,0219	0,00048	8,34148	6,68296
	600	− 0,0827	0,00684	8,91750	7,83500	31.)	2790	− 0,0205	0,00042	8,31252	6,62504
	615	− 0,0900	0,00810	8,95419	7,90838	33.)	2970	+ 0,0193	0,00037	,28536	6,57072
7.)	630	− 0,0909	0,00827	8,95878	7,91756	35.)	3150	− 0,0182	0,00033	8,25981	6,51962
*	257,5	− 0,2172	0,04719								
**	442,5	+ 0,1284	0,01648								

Tab. II. Dreieck. §. 109.

$\frac{1}{2}\pi$	$\frac{1}{2}h,=\pi h \sin\psi\lambda^{-1}$	Lichtstärke im Dreieck	Lichtstärke im Rechteck	Differenz
	0°	1,0000	1,0000	0,0000
	30	0,9407	0,9119	0,0288
	60	0,7814	0,6839	0,0975
1.)	90	0,5695	0,4053	0,1642
	120	0,3612	0,1710	0,1902
	150	0,1995	0,0365	0,1630
	165	0,1425	0,0081	0,1344
2.)	180	0,1013	0,0000	0,1013
	195	0,07415	0,00578	0,06837
	210	0,05825	0,01861	0,03963
	225	0,05044	0,03242	0,01802
	240	0,04766	0,04274	0,00492
	255	0,04719	0,04710	0,00009
3.)	270	0,04706	0,04503	0,00203
	300	0,04351	0,02736	0,01615
	330	0,03490	0,00754	0,02736
4.)	360	0,02532	0,00000	0,02532
	390	0,01895	0,00540	0,01355
	420	0,01667	0,01396	0,00271
5.)	450	0,01647	0,01621	0,00026
6.)	540	0,01126	0,00000	0,01126
7.)	630	0,00834	0,00827	0,00007
8.)	720	0,00633	0,00000	0,00633
9.)	810	0,00503	0,00500	0,00003
10.)	900	0,00405	0,00000	0,00405
11.)	990	0,00336	0,00335	0,00001
12.)	1080	0,00281	0,00000	0,00281
13.)	1170	0,00241	0,00240	0,00001
14.)	1260	0,00207	0,00000	0,00207

Tabelle III. Kreis §. 119.

$\frac{1}{2}\pi$	$\frac{1}{2}D,=\pi D \sin\psi\lambda^{-1}$	Vibr. Intensität (A)	Lichtstärke $(A)^2$	$\frac{1}{2}\pi$	$\frac{1}{2}D,=\pi D \sin\psi\lambda^{-1}$	Vibr. Intensität (A)	Lichtstärke $(A)^2$
0.)	0°	+ 1,0000	1,0000	7.)	630°	— 0,03199	0,00102
	15	+ 0,9912	0,9825		645	— 0,03729	0,00139
	30	+ 0,9659	0,9330		660	— 0,03979	0,00158
	45	+ 0,9247	0,8550		675	— 0,03950	0,00156
	60	+ 0,8689	0,7550		690	— 0,03665	0,00134
	75	+ 0,8005	0,6407		705	— 0,03149	0,00099
1.)	90	+ 0,7217	0,5208	8.)	720	— 0,02464	0,00061
	105	+ 0,6349	0,4031		735	— 0,01654	0,00027
	120	+ 0,5432	0,2950		750	— 0,00784	0,00006
	135	+ 0,4492	0,2018		765	+ 0,00087	0,00000
	150	+ 0,3558	0,1266		780	+ 0,00902	0,00008
	165	+ 0,2657	0,07059		795	+ 0,01613	0,00026
2.)	180	+ 0,1812	0,03285	9.)	810	+ 0,02177	0,00047
	195	+ 0,1045	0,01094		825	+ 0,02566	0,00066
	210	+ 0,03733	0,00139		840	+ 0,02764	0,00076
	225	— 0,01918	0,00037		855	+ 0,02769	0,00077
	240	— 0,06426	0,00413		870	+ 0,02590	0,00067
	255	— 0,09762	0,00953		885	+ 0,02248	0,00051
3.)	270	— 0,11948	0,01427	10.)	900	+ 0,01773	0,00031
	285	— 0,13048	0,01702		915	+ 0,01204	0,00014
	300	— 0,13160	0,01732		930	+ 0,00582	0,00003
	315	— 0,12424	0,01544		945	— 0,00049	0,00000
	330	— 0,10998	0,01209		960	— 0,00655	0,00004
	345	— 0,09051	0,00819		975	— 0,01174	0,00014
4.)	360	— 0,06765	0,00458	11.)	990	— 0,01606	0,00026
	375	— 0,04314	0,00186		1005	— 0,01903	0,00036
	390	— 0,01861	0,00035		1020	— 0,02064	0,00043
	405	+ 0,00443	0,00002		1035	— 0,02077	0,00043
	420	+ 0,02475	0,00061		1050	— 0,01952	0,00038
	435	+ 0,04141	0,00171		1065	— 0,01702	0,00029
5.)	450	+ 0,05374	0,00289	12.)	1080	— 0,01350	0,00018
	465	+ 0,06143	0,00377		1095	— 0,00926	0,00008
	480	+ 0,06442	0,00415		1110	— 0,00451	0,00002
	495	+ 0,06293	0,00396		1125	+ 0,00031	0,00000
	510	+ 0,05753	0,00331				
	525	+ 0,04871	0,00237			Maxima	
6.)	540	+ 0,03753	0,00141		1210	+ 0,01641	0,00027
	555	+ 0,02474	0,00061		1390	— 0,01332	0,00018
	570	+ 0,01136	0,00013		1570	+ 0,01109	0,00012
	585	— 0,00176	0,00000		1750	— 0,00946	0,00009
	600	— 0,01377	0,00019		1930	+ 0,00814	0,00007
	615	— 0,02404	0,00058				
7.)	630	— 0,03199	0,00102				

Minima: 219°,6; 401°,9; 582°,8; 763°,3; 943°,7; 1124°,0.

Tabelle IV. §. 128.

Werthe des Faktors $P^2 = \left(\frac{\sin(n+1)\frac{1}{2}\varepsilon_{,}}{(n+1)\sin\frac{1}{2}\varepsilon_{,}}\right)^2$

2 Oeffnungen
$n+1=2$

$\varepsilon_{,}$	P^2
0°	1,0000
45	0,8516
90	0,5000
135	0,1464
180	0,0000
225	0,1464
270	0,5000
315	0,8516
360	1,0000

3 Oeffnungen
$n+1=3$

$\varepsilon_{,}$	P^2
0°	1,0000
30	0,8294
60	0,4444
90	0,1111
120	0,0000
150	0,0595
180	0,1111
210	0,0595
240	0,0000
270	0,1111
300	0,4444
330	0,8294
360	1,0000

4 Oeffnungen
$n+1=4$

$\varepsilon_{,}$	P^2
0°	1,0000
45	0,4268
90	0,0000
135	0,0732
180	0,0000
225	0,0732
270	0,0000
315	0,4268
360	1,0000

5 Oeffnungen
$n+1=5$

$\varepsilon_{,}$	P^2
0°	1,0000
36	0,4189
72	0.0000
108	0,0611
144	0,0000
180	0,0400
216	0,0000
252	0,0611
288	0,0000
324	0,4189
360	1,0000

6 Oeffnungen
$n+1=6$

$\varepsilon_{,}$	P^2
0°	1,0000
30	0,4147
60	0,0000
90	0,0556
120	0,0000
150	0,0298
180	0,0000

7 Oeffnungen
$n+1=7$

$\varepsilon_{,}$	P^2
0°	1,0000
$25\frac{5}{7}$	0,4121
$51\frac{3}{7}$	0,0000
$77\frac{1}{7}$	0 0525
$102\frac{6}{7}$	0,0000
$128\frac{4}{7}$	0,0251
$154\frac{2}{7}$	0,0000
180	0,0204

8 Oeffnungen
$n+1=8$

$\varepsilon_{,}$	P^2
0°	1,0000
$22\frac{1}{2}$	0,4105
45	0,0000
$67\frac{1}{2}$	0,0506
90	0,0000
$112\frac{1}{2}$	0,0226
135	0,0000
$157\frac{1}{2}$	0,0162
180	0,0000

9 Oeffnungen
$n+1=9$

$\varepsilon_{,}$	P^2
0°	1,0000
20	0,4094
40	0,0000
60	0,0494
80	0,0000
100	0,0210
120	0,0000
140	0,0140
160	0 0000
180	0,0123

10 Oeffnungen
$n+1=10$

$\varepsilon_{,}$	P^2
0°	1,0000
18	0,4086
36	0,0000
54	0,0485
72	0,0000
90	0,0200
108	0,0000
126	0,0126
144	0,0000
162	0,0103
180	0,0000

Tab. VI. §. 160.

Parthiegitter.

Spektrum II. Classe.	$\frac{1}{2}\varepsilon_{,} = \pi e \sin\psi\lambda^{-1}$	M^2	$M_{,}^2$
0	0	9,000	9,000
1	π	0,284	0.268
2	2π	1,000	1,000
3	3π	4,871	5,000
4	4π	3,297	3,000
5	5π	3,442	3,732
6	6π	1,000	1,000
7	7π	4,123	3,732
8	8π	2,450	3,000
9	9π	5,339	5,000
10	10π	1,000	1,000
11	11π	0,173	0,268
12	12π	8,874	9,000
13	13π	0,565	0,268
14	14π	1,000	1,000
15	15π	4,284	5,000
16	16π	4,250	3,000
17	17π	2,734	3,732
18	18π	1,000	1,000
19	19π	4,734	3,732
20	20π	1,764	3,000
21	21π	5,661	5,000
22	22π	1,000	1,000
23	23π	0,240	0,268
24	24π	8,505	9,000
25	25π	1,000	0,268
26	26π	1,000	1,000

Tabelle V. §. 152.

Intensitäten des Lichts bei einem Stabgitter

mit 2 Oeffnungen $n+1=2$

2π	$e_{,}=2\pi e \sin\psi\lambda^{-1}$	A $a=\frac{1}{2}e$	B $a=\frac{1}{3}e$	C $a=\frac{2}{3}e$
0.)	0	4,000	4,000	4,000
	45	3,370	3,395	3,337
	90	1,899	1,955	1,823
	135	0,521	0,556	0,475
	180	0,000	0,000	0,000
	225	0,420	0,507	0.319
	270	1,230	1,621	0,811
	315	1,738	2,559	0,948
1.)	360	1,621	2,736	0,684
	405	1,052	2,099	0,307
	450	0,443	1,089	0,073
	495	0,087	0,277	0,005
	540	0,000	0,000	0,000
	585	0,028	0,199	0,003
	630	0,039	0,555	0,037
	675	0,015	0,756	0,111
2.)	720	0,000	0,684	0,171
	765	0,012	0,434	0,161
	810	0,023	0,172	0,090
	855	0,013	0,035	0,022
	900	0,000	0,000	0,000
	945	0,024	0, 011	0,009
	990	0,091	0,016	0,015
	1035	0,100	0,006	0,006
3.)	1080	0,180	0,000	0,000
	1170	0,065	0,012	0,011
	1260	0,000	0,000	0,000
	1350	0,008	0,065	0 032
4.)	1440	0,000	0,171	0 043
	1530	0,007	0 094	0.006
	1620	0,000	0,000	0,000
	1710	0,031	0,075	0,005
5.)	1800	0,065	0,109	0,027
	1890	0 025	0,033	0,016
	1980	0,000	0,000	0,000
	2070	0,004	0,037	0,003
6.)	2160	0,000	0,000	0,000
7.)	2520	0,033	0,057	0,014
8.)	2880	0,000	0,043	0,011
9.)	3240	0,020	0,000	0,000
10.)	3600	0,000	0,027	0,007

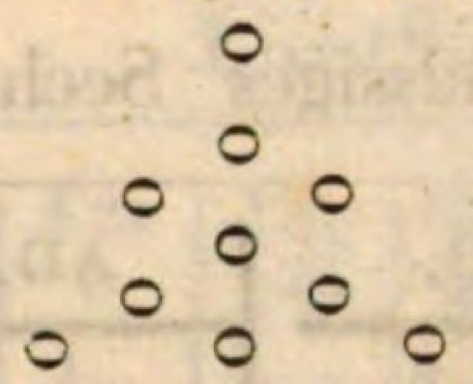
mit 3 Oeffnungen $n+1=3$

2π	$e_{,}=2\pi e \sin\psi\lambda^{-1}$	A $a=\frac{1}{2}e$	B $a=\frac{1}{3}e$	C $a=\frac{2}{3}e$
0.)	0	9,000	9,000	9,000
	30	7,421	7,445	7,389
	60	3,909	3,959	3,840
	90	0,950	0,977	0,912
	120	0,000	0,000	0,000
	150	0,464	0,502	0,413
	180	0,900	0,912	0,684
	210	0,402	0,472	0,317
	240	0,000	0,000	0.000
	270	0,615	0,811	0,405
	300	2.178	3,082	1,273
	330	3,539	5,435	1,788
1.)	360	3,648	6,156	1,539
	390	2,534	4,764	0,851
	420	1,111	2,375	0,277
	460	0,221	0,545	0,036
	480	0 000	0,000	0,000
	510	0.068	0,242	0,002
	540	0,090	0,405	0,000
	570	0,032	0,193	0,001
	600	0,000	0,000	0,000
	630	0,019	0,278	0,019
	660	0,032	0,958	0,112
	690	0,014	1,522	0,272
2.)	720	0,000	1,539	0,385
	780	0,023	0,456	0,188
	840	0,000	0,000	0,000
	900	0,032	0,036	0,027
	960	0,000	0,000	0,000
	1020	0,188	0,014	0 013
3.)	1080	0,405	0,000	0,000
	1140	0,151	0,011	0,011
	1200	0 000	0,000	0,000
	1260	0,016	0,019	0,014
	1320	0,000	0,000	0,000
	1380	0,007	0,146	0,060
4.)	1440	0,000	0,380	0 096
5.)	1800	0,145	0,246	0,061
6.)	2160	0,000	0,000	0,000
7.)	2520	0,074	0,126	0.031
8.)	2880	0,000	0,095	0,024
9.)	3240	0,045	0,000	0,000
10.)	3600	0,000	0,061	0,015

mit 4 Oeffnungen $n+1=4$

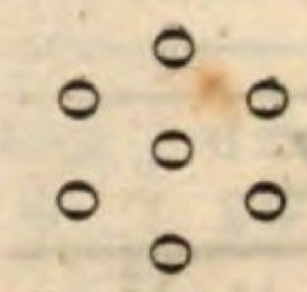
2π	$e_{,}=2\pi e \sin\psi\lambda^{-1}$	A $a=\frac{1}{2}e$	B $a=\frac{1}{3}e$	C $a=\frac{2}{3}e$
0.)	0	16,000	16,000	16,000
	45	6,741	6,789	6,674
	90	0.000	0,000	0,000
	135	1,042	1,113	0,950
	180	0,000	0,000	0.000
	225	0,840	1,014	0,638
	270	0,000	0,000	0,000
	315	3,477	5,119	1,195
1.)	360	6,485	10,944	2.736
	405	2,103	4,199	0,615
	450	0,000	0.000	0,000
	495	0,174	0,555	0,009
	540	0,000	0,000	0,000
	585	0,056	0,398	0.007
	630	0,000	0,000	0,000
	675	0,030	1,512	0 221
2.)	720	0,000	2.736	0,684
	765	0,023	0.868	0,322
	810	0,000	0,000	0,000
	855	0,026	0,070	0.044
	900	0 000	0,000	0,000
	945	0,048	0,023	0,019
	990	0,000	0,000	0,000
	1035	0,322	0,013	0,013
3.)	1080	0,720	0,000	0,000
	1125	0,273	0,011	0,011
	1170	0,000	0,000	0,000
	1215	0 029	0,014	0,012
	1260	0,000	0,000	0,000
	1305	0,011	0,030	0,019
	1350	0,000	0,000	0,000
	1395	0,007	0,261	0,097
4.)	1440	0,000	0,684	0,171
5.)	1800	0,259	0,438	0,109
6.)	2160	0,000	0,000	0,000
7.)	2520	0,132	0,223	0.056
8.)	2880	0,000	0,171	0,043
9.)	3240	0,080	0,000	0,000
10.)	3600	0,000	0,119	0,027

Tab. VII. §. 174.



Aa. $\varepsilon,$	$\frac{1}{100}[4+4\cos\varepsilon,+2\cos 2\varepsilon,]^2$	Ab. $\frac{1}{2}\varepsilon,$	$\frac{1}{100}[(1+4\cos\frac{1}{2}\varepsilon,+4\cos\varepsilon,+\cos 2\varepsilon,)^2+(2\sin\varepsilon,-\sin 2\varepsilon,)^2]$
0°	1,0000	0°	1,0000
45	0,4663	30	0,3632
90	0,0400	45	0,1200
135	0,0137	60	0,0700
180	0,0400	75	0,0434
225	0,0137	90	0,0400
270	0,0400	105	0,1248
315	0,4663	120	0,1900
360	1,0000	135	0,1200
		150	0,0168
		180	0,0400

Tab. VIII. §. 177.

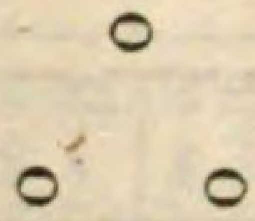


Aa. $\frac{1}{2}\varepsilon,$	$\frac{1}{49}[3+4\cos\varepsilon,]^2$	Ab. $\frac{1}{2}\varepsilon,$	$\frac{1}{49}[1+2\cos\varepsilon,+4\cos\frac{1}{2}\varepsilon,]^2$
0°	1,0000	0°	1,0000
45	0,1837	45°	0,2991
69	0,0000	78	0,0000
90	0,0204	90	0,0204
111	0,0000	135	0,0682
135	0,1837	180	0,0204
180	1,0000	225	0,0682
		270	0,0204
		282	0,0000
		315	0,2991
		360	1,0000

Tab. IX. §. 178.

Aa. $\varepsilon,$	$\cos^4\frac{1}{2}\varepsilon,$	Ab. $\frac{1}{2}\varepsilon,$	$\cos^2\frac{1}{2}\varepsilon,\cos^4\frac{1}{4}\varepsilon,+\sin^2\frac{1}{2}\varepsilon,\sin^4\frac{1}{4}\varepsilon,$
0°	1,0000	0°	1,0000
60	0,5625	30	0,6540
120	0,0625	60	0,1875
180	0,0000	70	0,1482
240	0,0625	75	0,1547
300	0,5625	80	0,1759
360	1,0000	90	0,2500
		120	0,4375
		150	0,2210
		180	0,0000

Tab. X. §. 179.



Aa. $\frac{1}{2}\varepsilon,$	$\frac{1}{9}[1+2\cos\varepsilon,]^2$	Ab. $\frac{3}{2}\varepsilon,$	$\frac{1}{9}[5+4\cos\frac{3}{2}\varepsilon,]$
0°	1,0000	0°	1,0000
60	0,4444	45	0,8698
120	0,0000	90	0,5555
180	0,1111	135	0,2412
240	0,0000	180	0,1111
300	0,4444	225	0,2412
360	1,0000	270	0,5555
		315	0,8698
		360	1,0000

Tabelle XI. §. 181.

Zwei entgegengesetzte Dreiecke

XX.

	$\frac{1}{3}h,$	$\frac{1}{2}h,$	$\frac{5}{6}h,$	$(A)^2_{1+2}$
0	0°	0°	0°	1,0000
	15	22½	37½	0,7252
	30	45	75	0,2215
½	45	67½	112½	0,0002
	60	90	150	0,1216
	75	112½	187½	0,2737
1	90	135	225	0,2646
	105	157½	262½	0,1613
	120	180	300	0,0760
	150	225	375	0,0194
2	180	270	450	0,0020
	190	285	475	0,0000
3	270	405	675	0,0173
4	360	540	900	0,0000
5	450	675	1125	0,0078
6	540	810	1350	0,0000
7	630	945	1575	0,0035

YY. u. ZZ.

	$\frac{2}{3}h,,$	$\frac{1}{2}h,,$	$\frac{1}{6}h,'$	$(A)^2_{1+2}$
0	0°	0°	0°	1,0000
1	90	67½	22½	0,3529
	165½	124⅛	41⅜	0,0000
2	180	135	45	0,0081
3	270	202½	67½	0,0648
	347½	260⅝	86⅞	0,0000
4	360	270	90	0,0020
5	450	337½	112½	0,0303
	536	402	134	0,0000
6	540	405	135	0,0001
7	630	472½	157½	0,0160
8	720	540	180	0,0000
9	810	607½	202½	0,0083
10	900	675	225	0,0000
11	990	742½	247½	0,0060
12	1080	810	270	0,0000
13	1170	877½	292½	0,0042

RR. u. SS.

	$\frac{1}{2}a,$	$\frac{1}{2}c,$	$(A)^2_{1+2}$
0	0°	0°	1,0000
1	90	18	0,3921
2	180	36	0,0000
3	270	54	0,0332
4	360	72	0,0000
5	450	90	0,0066
6	540	108	0,0000
7	630	126	0,0011
8	720	144	0,0000
9	810	162	0,0001
10	900	180	0,0000

TT.

	$\frac{1}{4}a,$	$(A)^2_{1+2}$
0	0°	1,0000
1	90	0,1643
2	180	0,0000
3	270	0,0020
4	360	0,0000
5	450	0,0003
6	540	0,0000

Tab. XII. §. 183.

Regelmässiges Sechseck.

BD.

$\frac{1}{2}a,$	$\left(\frac{4}{6}\frac{\sin\frac{1}{2}a,}{\frac{1}{2}a,}\left[\cos\frac{1}{2}a, + \frac{\frac{1}{2}\sin\frac{1}{2}a,}{\frac{1}{2}a,}\right]\right)^2$
0°	1,0000
45°	0,4824
90°	0,0182
105°14′	0,0000
135°	0,0124
180°	0,0000
225°	0,0092
275°56′	0,0000
315°	0,0030
360°	0,0000
453°37′	0,0000
632°36′	0,0000

AD.

$\frac{1}{2}a,$	$\left(\frac{\sin\frac{1}{2}a,}{\frac{1}{2}a,}\cdot\frac{\sin\frac{3}{2}a,}{\frac{3}{2}a,}\right)^2$
0°	1,0000
15	0,7922
30	0,3694
45	0,0730
60	0,0000
75	0,0177
90	0,0182
105	0,0046
120	0,0000
150	0,0006
180	0,0000
210	0,0002
240	0,0000

Tabelle XIII. §. 222 u. 224.

Lichtflächen durch einen Spalt

	d = 0	d = $\frac{1}{4}\psi'$	d = $\frac{1}{2}\psi'$	d = $\frac{3}{4}\psi'$	d = ψ'	d = $2\psi'$	Entf. v. Rand	d = ∞
0°	1,000	2,922	5,589	7,698	9,262	10,834	— ∞	12,000
15	0,977	2,795	5,475	7,425	9,128	10,833	— 1080°	11,899
30	0,912	2,553	5,145	6,906	8,738	10,785	— 540	11,798
45	0,811	2,223	4,631	6,185	8,122	10,691	— 360	11,700
60	0,684	1,836	3,984	5,327	7,324	10,512	— 315	11,682
75	0,544	1,431	3,263	4,402	6,402	10,217	— 270	11,586
90	0,405	1,041	2,533	3,480	5,417	8,783	— 225	11,458
105	0,278	0,697	1,849	2,622	4,431	9,201	— 180	11,417
120	0,171	0,418	1,257	1,878	3,499	8,477	— 135	11,327
135	0,090	0,216	0,786	1,277	2,663	7,627	— 90	10,631
150	0,036	0,090	0,447	0,827	1,953	6,688	— 45	8,795
165	0,008	0 029	0,235	0,523	1,384	5,700	0	6,000
180	0,000	0,019	0,130	0,343	0,955	4,711	+ 45	3,205
195	0,006	0,041	0,104	0,259	0,655	3,771	+ 90	1,369
210	0,019	0,075	0,127	0,237	0,463	2,717	+ 135	0,673
225	0,032	0,108	0,169	0,247	0,355	2,181	+ 180	0,583
240	0,043	0,129	0,207	0,265	0,303	1,582	+ 225	0,542
255	0,047	0,132	0,228	0 274	0,286	1.124	+ 270	0,414
270	0,045	0,120	0,224	0 266	0,283	0,797	+ 315	0,318
280	0,038	0,096	0,199	0,242	0,280	0,585	+ 360	0,300
300	0,027	0,067	0,158	0,205	0,272	0,464	+ 540	0,202
315	0,017	0,039	0,113	0,164	0,254	0 405	+ 1080	0,101
330	0,008	0,018	0,073	0 125	0,228	0,385	+ 2160	0,050
345	0,002	0,006	0,044	0,096	0,198	0,382	+ 3240	0,033
360	0,000		0,029		0,169	0,378	+ ∞	0,000

Tab. XIV. §. 222.

Lichtflächen d. ein Stabgitter

$\varepsilon_{\prime}$	d = 0	d = $\frac{1}{8}\cdot\frac{\lambda}{e}$	d = $\frac{2}{8}\cdot\frac{\lambda}{e}$	d = $\frac{3}{8}\cdot\frac{\lambda}{e}$	d = $\frac{4}{8}\cdot\frac{\lambda}{e}$
0°	16,00	43,58	74,45	86,03	88,51
15	14,66	37,23	70,35	81,48	88,37
30	11,17	26,77	59,25	72,70	87,13
45	6,79	15,67	44,25	60,36	83,19
60	2,97	7,03	29,12	45,97	75,12
75	0,66	2,34	16,78	31,54	62,68
90	0,00	1,10	8,74	19,10	47,46
105	0,38	1,71	4,77	10,24	32,24
120	0,77	2,43	3,42	5,47	19,77
135	1,11	2,32	3,21	4,10	11,63
150	0,70	1,50	3,13	4,60	7,60
165	0,24	0,70	3,00	5,26	6,29
180	0,00	0,68	2,89	5,19	6,12
195	0,23	1,40	2,83	4,41	6.35
210	0,66	2,13	2,87	3,92	7,35
225	1,01	2,19	2,91	5,03	10,12
240	0,68	1,52	3,22	8,63	15,85
255	0,33	1,09	4,36	15,15	24,64
270	0,00	2,17	7,23	23,96	35,18
285	0,85	5.72	13,02	33,78	45,39
300	2,31	11,93	21,77	43,26	53.36
315	5,12	19,61	32,26	51,17	58,20
330	8,15	26,55	42,16	56,68	60,34
345	10,36	30,23	49,01	59,25	60,91
360	10,94	29,40	50,97	58,75	60,94
375	9,70	24,42	47,32	55,22	60,62
390	7,15	17,08	39,14	48,69	59,35
405	4,20	9,74	28,68	39,74	56,11
420	1,77	4,26	18,46	29,56	49,92
435	0,38	1,37	10,34	19,69	40,89
450	0,00	0,60	5,14	11,49	30,29
465	0,21	0,88	2,60	5,87	20,01
480	0,40	1,23	1.75	2,93	11,77
495	0,56	1,15	1,61	2,03	6,43
510	0,34	0,72	1,55	2,18	3,77
525	0,11	0,33	1,44	2,40	2,88
540	0,00	0,29	1.29	2,28	2,75
555	0,10	0,57	1,17	1,86	2,73
570	0,27	0,84	1,13	1,50	2,88
585	0,40	0,85	1,14	1.73	3,51
600	0,26	0,57	1,18	2,79	4,96
615	0,12	0,33	1,44	4,64	7,25
630	0,00	0,59	2,22	6,97	9,94
645	0,17	1,65	3,79	9,37	12,40
660	0,72	3,46	6,12	11,56	14,15
675	1,51	5,53	8,80	13,30	15 04
690	2,28		11,22		15 31

Tab. XV. §. 228.

Oberflächen der Durchschnitte des Lichtgebirgs einer kreisrunden Oeffnung

Entfernung von der Achse	
0°	1,0000
45	0,8405
90	0,4909
135	0,1838
180	0,0456
195	0 0329
205	0,0306
210	0,0303
215	0,0309
225	0,0341

Tab. XVI. §. 229.

Abschnitte des Lichtgebirgs einer kreisrunden Oeffnung

Entfernungen vom Rande der Lichtfläche	
+ ∞	1,000
+ 225°	0,960
+ 180	0,950
+ 135	0,925
+ 90	0 854
+ 45	0,705
0	0,500
— 45	0,295
— 90	0,146
— 135	0,075
— 180	0,050
— 225	0,040

Tab. XVII. §. 230.

Intensitäten eines Lichtscheibchens, dessen scheinbarer Durchmesser = 360 Abscissengrade oder = $\frac{2\lambda}{D}$ ist

Entfernung vom Mittelpunkte des Scheibchens	
0°	1,000
45	0,968
90	0,861
135	0,676
180	0,442
225	0,230
270	0,093
315	0,033
360	0 018
405	0,015

Bayerische Staatsbibliothek München

Verbesserungen.

Seite 15 Zeile 12 von oben, statt $\frac{1}{2}\lambda$ lies $\frac{1}{4}\lambda$

" 19 Z. 8 v. o. st. $\frac{1}{2}A+\left([\ldots\ldots]\right)$ l. $\frac{1}{2}A\left(+[\ldots\ldots]\right)$

" " Z. 9 v. o. st. $\frac{1}{2}A-\left([\ldots\ldots]\right)$ l. $\frac{1}{2}A\left(-[\ldots\ldots]\right)$

" 27 Z. 2 v. u. st. $\pi\gamma\sin\psi$ l. $\pi\gamma\sin\psi\lambda^{-1}$

" 39 Z. 4 v. o. nach ABCD l. Taf. III. Fig. 34

" " Z. 12 v. o. st. BC, BD l. BD, CD

" 42 Z. 5 v. o. st. $-\frac{1}{2}(n+1)(dq-dp)$ l. $+\frac{1}{2}(n+1)(dq-dp)$

" 43 Z. 6 v. o. st. $-(q^{(3)}-p^{(3)})+$ l. $+(q^{(3)}-p^{(3)})-$

" , Z. 6 v. o. st. $\frac{1}{m+1}\pi(q-p)^{(4-3+2-1)}$ l. $\frac{1}{m+1}\pi(q-p)^{(4+3-2-1)}$

" 87 Z. 7 v. u. st. 56 l. 54

" 97. 98 u. 99 st. $\pi(\beta+\frac{1}{2}a)$ l. überall $2\pi(\beta+\frac{1}{2}a)$

" 104 Z. 10 v. o. u. S. 105 Z. 5 v. o. Die Figuren 169 und 170 sind mit einander verwechselt.

" 115 Z. 5 v. u. st. $\left(\frac{\sin\frac{1}{4}a,}{\frac{1}{4}a,}\right)^2$ l. $\left(\frac{\sin\frac{1}{4}a,}{\frac{1}{4}a,}\right)^4$

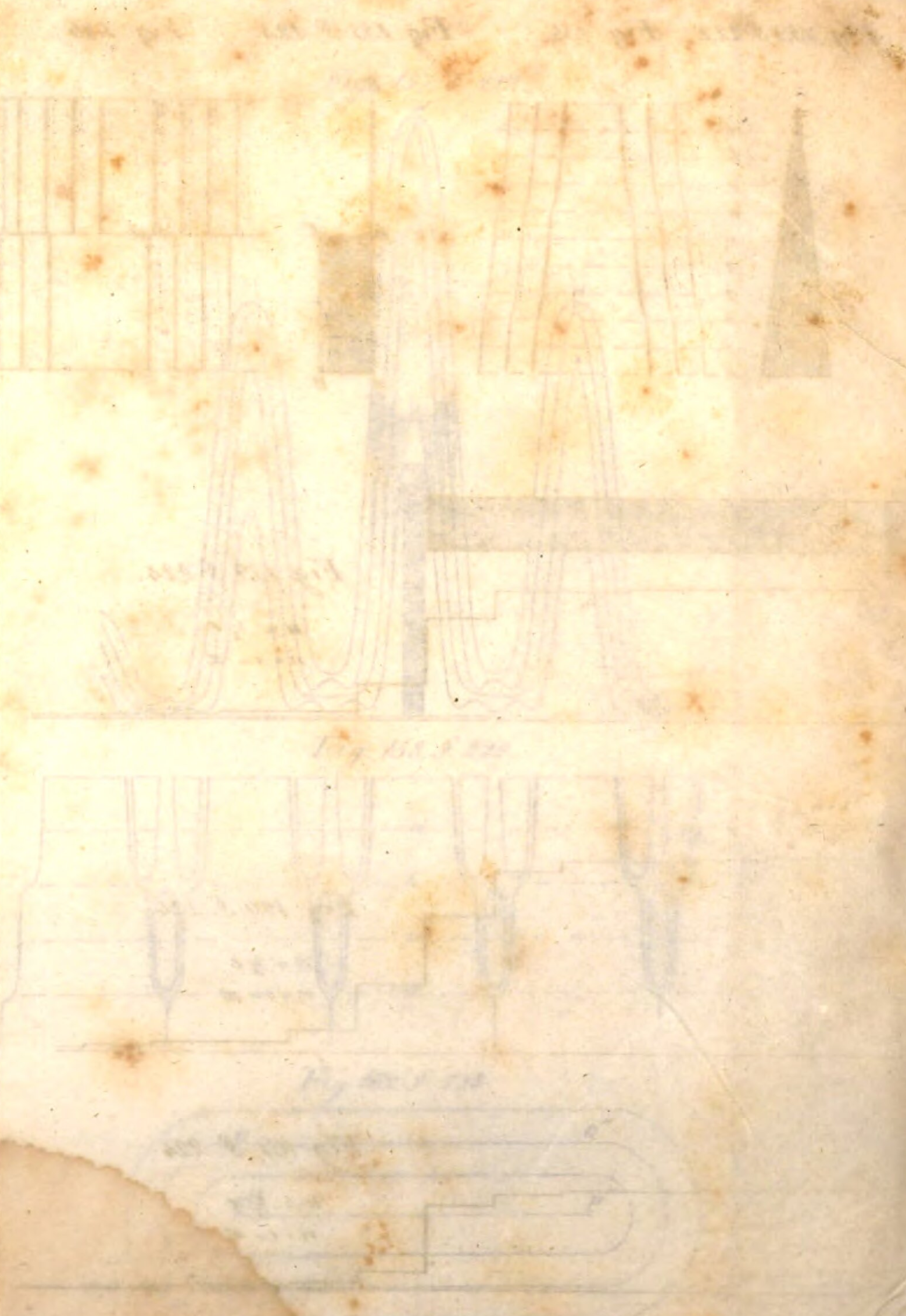
" 123 Z. 5 v. o. st. Fig. 116 l. Fig. 118.

" 133 Z. 19, 20 u. 21 v. o. st. die Projektion eines beliebigen Punktes der den mit Bildfläche etc. l. die Projektion eines beliebigen Punktes der Bildfläche, dessen Intensität man wissen will, so hat man bloss in den mit ihren Achsen etc.

Bayerische Staatsbibliothek München

Taf. I

lith. v. F. M. Schwerd.



A n z e i g e.

Um die Freunde der Naturkunde in den Stand zu setzen, alle in meiner Abhandlung über die Beugung des Lichts beschriebenen Erscheinungen genau beobachten zu können, werde ich die hierzu erforderlichen Apparate unter meiner Leitung verfertigen lassen.

Eine vollständige Sammlung dieser Apparate wird enthalten:

5 Rechtecke von verschiedener Breite,
1 Gitter für die nicht-symmetrischen Spektra,
2 Gitter mit zwei rechtwinkligen Oeffnungen, das eine mit einem Glimmerblättchen zu Arago's Versuch über die Verschiebung der dunkelsten Streifen,
4 gröbere und 4 feinere Drahtgitter,
1 grosses feines Silberdrahtgitter,
2 Russgitter zu den Beobachtungen mit unbewaffnetem Auge,
2 Gitter mit Parallelogrammen, 2 mit Rechtecken und 6 mit Quadraten,
2 Schachbrettgitter,
Drahtgewebe-, Band-, Musselin- und Till-Gitter,
13 Dreieckgitter und 18 Kreisgitter,
2 Gitter mit entgegengesetzten Dreiecken,
1 regelmässiges Sechseck,
2 Gitter mit viereckigen und 2 mit runden Ringen,
1 Gitter mit zwei ungleichen Quadraten und eins mit zwei ungleichen Kreisen,
2 Gitter zur Erklärung der Erscheinungen, welche man durch Vogelfedern sieht;
ferner einen Heliostatspiegel und zum Vorstecken vor denselben mehrere Lichtpunkte, drei Lichtlinien, einen Lichtbogen, zwei Kreuzlinien, eine rechtwinklige und eine zugespitzte Lichtöffnung mit mattem Glase;
1 geschwärztes Uhrglas, eine schwarze Glasröhre, ein Metallspiegelchen und zwei rothe Gläser.

Der Preis eines solchen Beugungsapparates ist 66 Gulden.

Weniger vollständige Sammlungen werden für 44 und 22 fl. abgegeben werden.

Speyer im September 1835.

Schwerd, Professor.

BIBLIOTHECA
REGIA
MONACENSIS

Schwerd, Friedrich Magnus,

Die Beugungserscheinungen aus den Fundamentalgesetzen der Undulationstheorie analytisch entwickelt und in Bildern dargestellt Mit 18 zum Theil illuminirten Tafeln

Mannheim 1835

4 Math.a. 281 r
urn:nbn:de:bvb:12-bsb10053126-6